

- Câu 1.** Số phức liên hợp của số phức $z = -7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là:
A. $M(0; -7)$. **B.** $M(-7; 0)$. **C.** $M(7; 0)$. **D.** $M(0; 7)$.
- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 7.
- Câu 3.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = 3x^3 + x^2 - 4$?
A. Điểm $P(1; 0)$. **B.** Điểm $N(0; -1)$. **C.** Điểm $M(-1; 0)$. **D.** Điểm $Q(-1; 1)$.
- Câu 4.** Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là
A. $V = \pi r^2 h$. **B.** $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r h^2$. **D.** $V = \frac{1}{3} \pi r h^2$.
- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + x - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int f(x) dx = -x^3 + x^2 - x + C$. **B.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} x^4 + \frac{1}{2} x^2 - x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} x^4 + x^2 - x + C$. **D.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{4} x^4 + \frac{1}{2} x^2 - x + C$.
- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$-\infty$				3				2

- Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng
A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.
- Câu 7.** Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1) < 3$ là
A. $(1; 10)$. **B.** $(1; 9)$. **C.** $(-\infty; 9)$. **D.** $(-\infty; 10)$.
- Câu 8.** Một khối chóp có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối chóp đó là
A. 24. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 6.
- Câu 9.** Tập xác định của hàm số $y = x^e$ là
A. \mathbb{R} . **B.** $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. **C.** $(0; +\infty)$. **D.** $(e; +\infty)$.
- Câu 10.** Phương trình $\log_2(x+1) = 4$ có nghiệm là
A. $x = 4$. **B.** $x = 15$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = 16$.

Câu 11. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = -2$ và $\int_1^4 g(x)dx = -6$ thì $\int_1^4 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

- A. -8 . B. 4 . C. -4 . D. 8 .

Câu 12. Cho hai số phức $z = 2 - i; w = 3 + 2i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $-1 - 3i$. B. $6 - 2i$. C. $5 + i$. D. $1 + 3i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 3x - 5y + 7z - 4 = 0$ có một vector pháp tuyến là:

- A. $\vec{n}_4 = (3; 5; 7)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 5; 7)$. C. $\vec{n}_2 = (3; -5; 7)$. D. $\vec{n}_1 = (3; -5; -4)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-1; 2; 0)$, $\vec{b} = (2; 1; 0)$, $\vec{c} = (-3; 1; 1)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = \vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

- A. $(10; -2; 13)$. B. $(-2; 2; -7)$. C. $(-2; -2; 7)$. D. $(11; 3; -2)$.

Câu 15. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Điểm biểu diễn của \bar{z} trên mặt phẳng tọa độ là

- A. $M(2; 3)$. B. $N(-2; -3)$. C. $P(2; -3)$. D. $Q(-2; 3)$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2-x}{1+2x}$ là

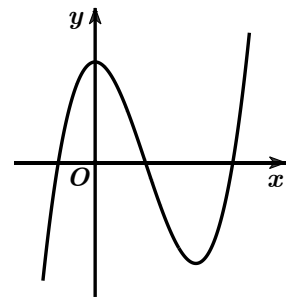
- A. $y = -\frac{1}{2}$. B. $y = 1$. C. $y = -1$. D. $y = 2$.

Câu 17. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

- A. $\sqrt[3]{a^2}$. B. $a^{\frac{8}{3}}$. C. $a^{\frac{3}{8}}$. D. $\sqrt[6]{a}$.

Câu 18.

Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?



- A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$. B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.
 C. $y = \frac{x+2}{x+1}$. D. $y = -x^3 + 3x + 2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{-5}$. Vector nào dưới đây không phải là một vector chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 5)$. B. $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$. C. $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5)$. D. $\vec{u}_2 = (2; 6; -10)$.

Câu 20. Trong hộp bút của bạn Vy có 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn Vy chọn ra một cây bút?

- A. 10. B. 13. C. 11. D. 48.

Câu 21. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2; 3; 5 là

- A. 30. B. 10. C. 15. D. 120.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

- A. $y' = x \ln 3$. B. $y' = x \cdot 3^{x-1}$. C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$. D. $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$				
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+					
$f(x)$	$+\infty$	↘		0	↗		$\frac{5}{2}$	↘		0	↗		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 2cm$ và độ dài đường sinh $l = 5cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. $10\pi cm^2$. B. $20\pi cm^2$. C. $50\pi cm^2$. D. $5\pi cm^2$.

Câu 25. Cho $\int_1^2 [3f(x) - 2x] dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. -3. C. 3. D. -1.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $q = 2$. Số hạng thứ 2020 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 2^{2020} . B. 2^{2021} . C. 2^{2022} . D. 2^{2019} .

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - 3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = -\cos 2x + C$. B. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x - 3x + C$.
 C. $\int f(x) dx = -\cos 2x - 3x + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{1}{2} \cos 2x + C$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$				
$f'(x)$		-		+	0	-		+					
$f(x)$	$+\infty$	↘		2	↗		4	↘		$-\infty$	↗		5

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 3. B. 5. C. 11. D. 2.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -x^3 + x$. B. $y = -x^4 - x^2$. C. $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Câu 31. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

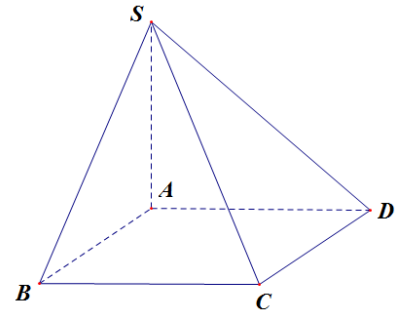
A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$.

B. $2022 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2022}$.

C. $\log_a a^{2022} b = 2022 + \log_a b$.

D. $\log_a a^{2022} b = 2022(1 + \log_a b)$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA = 2a\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng



A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

Câu 33. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^4 [f(x) + \sqrt{x}]dx$ bằng

A. $\frac{20}{3}$.

B. $\frac{14}{3}$.

C. $\frac{13}{4}$.

D. 12.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;0;1), B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$.

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.

C. $(P): 3x + y - z = 0$.

D. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

Câu 35. Cho số phức $z = 1 + i$. môđun của số phức $z \cdot (4 - 3i)$ bằng

A. $|z| = 5\sqrt{2}$

B. $|z| = \sqrt{2}$

C. $|z| = 25\sqrt{2}$

D. $|z| = 7\sqrt{2}$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 3, đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

B. $\frac{13}{36}$.

C. $\frac{6}{13}$.

D. $\frac{6\sqrt{13}}{13}$.

Câu 37. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

A. $\frac{11}{50}$.

B. $\frac{13}{112}$.

C. $\frac{28}{55}$.

D. $\frac{5}{6}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $P: x - y + 3z - 7 = 0$?

A. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -1 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(-9^x + 2 \cdot 3^{x+2} + 243)\sqrt{2 - \ln(2x)} \geq 0$.

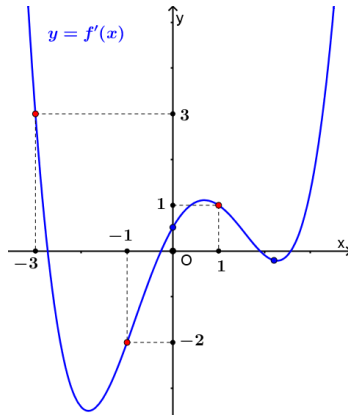
A. 3.

B. 5.

C. 5.

D. 6.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2021$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$. B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.
 C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.

Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.

- A. 8. B. 12. C. 14. D. 10.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc $BSC = 45^\circ$ và góc $ASB = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỉ số $\frac{a^3}{V}$ là:

- A. $\frac{8}{3}$ B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ D. $\frac{4}{3}$

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+1-3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z+2i)^2$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 44. Cho số phức z và số phức $u = (z-i)(\bar{z}+i) + 2z - 3i$ thỏa mãn $|u+1| - |\bar{u}-i| = 0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |z-2+3i|$ bằng:

- A. $\sqrt{34} - 1$. B. $1 + \sqrt{34}$. C. $2 + \sqrt{13}$. D. $3 + \sqrt{17}$.

Câu 45. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x$, $y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ có diện tích là $S = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I = a - b$.

- A. $I = 66$. B. $I = 60$. C. $I = 59$. D. $I = 67$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$;

$d': \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình của đường thẳng Δ

song song với (P) , cắt d và d' lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$.

- A. $\frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$. B. $\frac{7x+4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

C. $\frac{7x-1}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+3}{-5}$.

D. $\frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;4), B(0;0;1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax+by+cz+3=0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a+b+c$.

A. $T = \frac{27}{4}$.

B. $T = \frac{31}{5}$.

C. $T = -\frac{3}{4}$.

D. $T = \frac{33}{5}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $2.2^x + x + \sin^2 y \leq 2^{\cos^2 y}$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-m)^2 = \frac{m^2}{4}$ (với $m > 0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2;3;5), B(1;2;4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$.

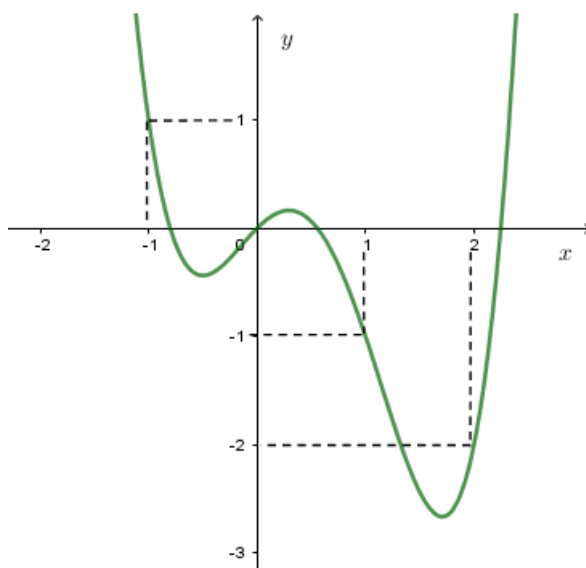
A. $m=1$.

B. $m=3-\sqrt{3}$.

C. $m=8-4\sqrt{3}$.

D. $m = \frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x) + \frac{x^4}{2} - 2x^3 + 2x^2 + 2021$ là



A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.A	5.B	6.B	7.B	8.C	9.C	10.B
11.B	12.C	13.C	14.D	15.B	16.A	17.D	18.A	19.A	20.B
21.A	22.D	23.D	24.B	25.C	26.A	27.B	28.B	29.C	30.C
31.C	32.A	33.A	34.A	35.A	36.D	37.C	38.C	39.A	40.C
41.C	42.A	43.C	44.B	45.C	46.A	47.C	48.B	49.C	50.B

- Câu 1.** Số phức liên hợp của số phức $z = -7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là:
A. $M(0; -7)$. **B.** $M(-7; 0)$. **C.** $M(7; 0)$. **D.** $M(0; 7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số phức liên hợp của số phức $z = -7i$ là số phức $\bar{z} = 7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là điểm $M(0; 7)$.

- Câu 2.** Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng
A. 1. **B.** $\sqrt{7}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $a = 0; b = 1; c = -2; d = -2$.

Suy ra $R = \sqrt{1^2 + (-2)^2 - (-2)} = \sqrt{7}$.

- Câu 3.** Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = 3x^3 + x^2 - 4$?
A. Điểm $P(1; 0)$. **B.** Điểm $N(0; -1)$. **C.** Điểm $M(-1; 0)$. **D.** Điểm $Q(-1; 1)$.

Hướng dẫn giải:

Chọn A

Thay $P(1; 0)$ vào hàm số thấy thỏa mãn.

- Câu 4.** Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là
A. $V = \pi r^2 h$. **B.** $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r h^2$. **D.** $V = \frac{1}{3} \pi r h^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Công thức V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h là $V = \pi r^2 h$.

- Câu 5.** Cho hàm số $f(x) = -2x^3 + x - 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?
A. $\int f(x) dx = -x^3 + x^2 - x + C$. **B.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$.
C. $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}x^4 + x^2 - x + C$. **D.** $\int f(x) dx = -\frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

- Câu 6.** Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Câu 17. Cho a là số thực dương khác 1. Khi đó $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$.

B. $a^{\frac{8}{3}}$.

C. $a^{\frac{3}{8}}$.

D. $\sqrt[6]{a}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[4]{a^{\frac{2}{3}}} = \left(a^{\frac{2}{3}}\right)^{\frac{1}{4}} = a^{\frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4}} = a^{\frac{1}{6}} = \sqrt[6]{a}$.

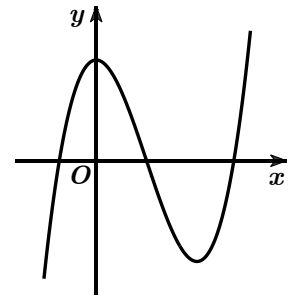
Câu 18. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên?

A. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

B. $y = x^4 - 2x^2 + 2$.

C. $y = \frac{x+2}{x+1}$.

D. $y = -x^3 + 3x + 2$.



Hướng dẫn giải

Chọn A.

+ Từ hình vẽ ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3.

+ Vì nét cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a > 0$.

Vậy hàm số có đồ thị dạng như đường cong trong hình đã cho là $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{-5}$. Vectơ nào dưới đây không phải là một vectơ chỉ phương của d ?

A. $\vec{u}_4 = (1; 3; 5)$.

B. $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$.

C. $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5)$.

D. $\vec{u}_2 = (2; 6; -10)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+7}{-5}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}_3 = (1; 3; -5)$ cùng phương với các vectơ $\vec{u}_1 = (-1; -3; 5)$, $\vec{u}_2 = (2; 6; -10)$.

Câu 20. Trong hộp bút của bạn Vy có 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ. Có bao nhiêu cách để bạn Vy chọn ra một cây bút?

A. 10.

B. 13.

C. 11.

D. 48.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số cách chọn một cây bút từ 3 cây bút chì, 8 cây bút bi xanh và 2 cây bút bi đỏ là $3+8+2=13$ cách.

Câu 21. Thể tích của khối hộp chữ nhật có ba kích thước là 2;3;5 là

A. 30.

B. 10.

C. 15.

D. 120.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích khối hộp chữ nhật là $V = 2.3.5 = 30$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = 3^x$ là

A. $y' = x \ln 3$.

B. $y' = x.3^{x-1}$.

C. $y' = \frac{3^x}{\ln 3}$.

D. $y' = 3^x \ln 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo công thức đạo hàm ta có $y' = 3^x \ln 3$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$				$\frac{5}{2}$				$+\infty$

Biểu đồ biến thiên: Các giá trị cực trị của $f(x)$ là 0 tại $x = -2$ và $x = 2$, và $\frac{5}{2}$ tại $x = 0$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $(-1; 0)$. C. $(-2; 2)$. **D. $(0; 2)$.**

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 24. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 2cm$ và độ dài đường sinh $l = 5cm$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó là

- A. $10\pi cm^2$. **B. $20\pi cm^2$.** C. $50\pi cm^2$. D. $5\pi cm^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Diện tích xung quanh của hình trụ đó là $S = 2\pi rl = 2\pi \cdot 2 \cdot 5 = 20\pi$.

Câu 25. Cho $\int_1^2 [3f(x) - 2x] dx = 6$. Khi đó $\int_1^2 f(x) dx$ bằng

- A. 1. B. -3. **C. 3.** D. -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$\begin{aligned} \int_1^2 [3f(x) - 2x] dx = 6 &\Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx - 2 \int_1^2 x dx = 6 \Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx - 2 \cdot \frac{x^2}{2} \Big|_1^2 = 6 \\ &\Leftrightarrow 3 \int_1^2 f(x) dx = 9 \Leftrightarrow \int_1^2 f(x) dx = 3. \end{aligned}$$

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $q = 2$. Số hạng thứ 2020 của cấp số nhân đã cho bằng

- A. 2^{2020} .** B. 2^{2021} . C. 2^{2022} . D. 2^{2019} .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Áp dụng công thức: $u_n = u_1 \cdot q^{n-1}$.

Ta có: $u_{2020} = u_1 \cdot q^{2019} = 2 \cdot 2^{2019} = 2^{2020}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - 3$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x)dx = -\cos 2x + C$. **B.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos 2x - 3x + C$.
- C. $\int f(x)dx = -\cos 2x - 3x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{2}\cos 2x + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\int f(x)dx = \int (\sin 2x - 3)dx = \frac{1}{2} \int \sin 2x d(2x) - 3 \int dx = -\frac{1}{2}\cos 2x - 3x + C.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-2	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		-	+	0	-	+
$f(x)$	$+\infty$			4		5
			2		$-\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

- A. 0. **B.** 2. C. 1. D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $x=1$, $x=2$.

$x=3$ không phải điểm cực trị vì hàm số không xác định tại $x=3$.

Câu 29. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

- A. 3. B. 5. **C.** 11. D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y = f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$

$$y' = 4x^3 - 4x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \notin [0; 2] \end{cases} \Rightarrow y(0) = 3, y(1) = 2, y(2) = 11. \text{ Vậy } M = 11, m = 2.$$

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

- A. $y = -x^3 + x$. B. $y = -x^4 - x^2$. **C.** $y = x^3 + x$. D. $y = \frac{x+1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 31. Cho hai số thực dương a, b và $a \neq 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

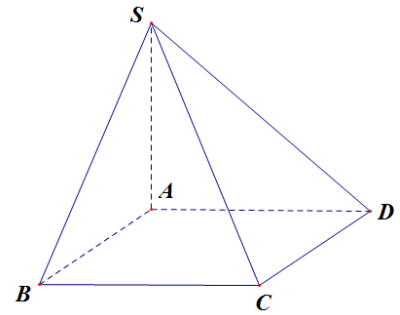
- A. $\log_{\sqrt{a}} ab = \frac{1}{2} + \log_a \sqrt{b}$. B. $2022 \log_a ab = 1 + \log_a b^{2022}$.
- C.** $\log_a a^{2022} b = 2022 + \log_a b$. D. $\log_a a^{2022} b = 2022(1 + \log_a b)$.

Lời giải

Chọn C

* Ta có: $\log_a a^{2022}b = \log_a a^{2022} + \log_a b = 2022 + \log_a b$.

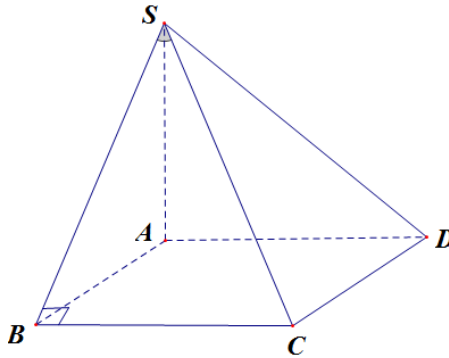
Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Cạnh bên SA vuông góc với đáy, $AB = a, AD = a\sqrt{3}, SA = 2a\sqrt{2}$ (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng



- A.** 30° . **B.** 45° .
C. 60° . **D.** 90° .

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $CB \perp AB$ và $CB \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$), suy ra $CB \perp (SAB)$ tại B .

Ta có $\begin{cases} CB \perp (SAB) \\ B \in (SAB) \\ S \in (SAB) \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng SB là hình chiếu vuông góc của đường thẳng SC trên mặt phẳng (SAB) .

Suy ra góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) là CSB .

Xét $\triangle CSB$ vuông tại B , ta có

$$\tan CSB = \frac{BC}{SB} = \frac{AD}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} = \frac{a\sqrt{3}}{\sqrt{a^2 + (2a\sqrt{2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow CSB = 30^\circ.$$

Câu 33. Nếu $\int_1^4 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^4 [f(x) + \sqrt{x}]dx$ bằng

- A.** $\frac{20}{3}$. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{13}{4}$. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\int_1^4 [f(x) + \sqrt{x}]dx = \int_1^4 f(x)dx + \int_1^4 \sqrt{x}dx = 2 + \frac{14}{3} = \frac{20}{3}.$$

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho 2 điểm $A(-1;0;1), B(2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0.$

B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0.$

C. $(P): 3x + y - z = 0.$ **D.** $(P): 2x + y - z + 1 = 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\overrightarrow{AB} = (3; 1; -1).$

Mặt phẳng (P) qua điểm $A(-1; 0; 1)$ và vuông góc với đường thẳng AB nên có 1 véc tơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB} = (3; 1; -1) \Rightarrow (P): 3(x+1) + 1(y-0) - 1(z-1) = 0 \Leftrightarrow 3x + y - z + 4 = 0.$

Câu 35. Cho số phức $z = 1 + i.$ môđun của số phức $z.(4 - 3i)$ bằng

A. $|z| = 5\sqrt{2}$

B. $|z| = \sqrt{2}$

C. $|z| = 25\sqrt{2}$

D. $|z| = 7\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$z.(4 - 3i) = (1 + i)(4 - 3i) = 7 + i \Rightarrow |z(4 - 3i)| = \sqrt{7^2 + (-1)^2} = 5\sqrt{2}.$$

Câu 36. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 3, đáy ABC là tam giác vuông tại B và $AB = 2.$ Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng

A. $\frac{\sqrt{13}}{13}.$

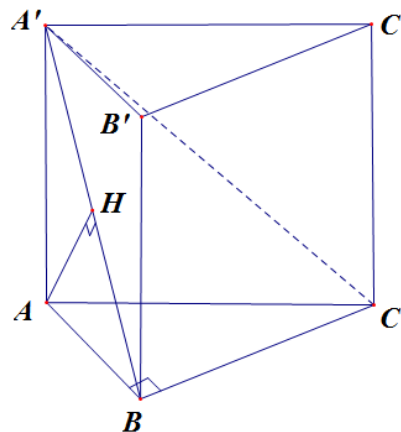
B. $\frac{13}{36}.$

C. $\frac{6}{13}.$

D. $\frac{6\sqrt{13}}{13}.$

Hướng dẫn giải

Chọn D



* Kẻ $AH \perp A'B \Rightarrow AH \perp (A'BC) \Rightarrow d(A, (A'BC)) = AH.$

* Chứng minh $AH \perp (A'BC),$ thật vậy

Ta có $AH \perp A'B$ và $AH \perp BC$ (vì $BC \perp (ABB'A')$), suy ra $AH \perp (A'BC).$

* Tính AH

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại $A,$ ta có

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{9} + \frac{1}{4} = \frac{13}{36} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{36}{13}} = \frac{6\sqrt{13}}{13}.$$

Câu 37. Một hộp đèn có 12 bóng, trong đó có 4 bóng hỏng. Lấy ngẫu nhiên 3 bóng. Tính xác suất để trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

- A. $\frac{11}{50}$. B. $\frac{13}{112}$. C. $\frac{28}{55}$. D. $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trong 3 bóng có 1 bóng hỏng.

Ta có $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi biến cố A : “Trong 3 bóng lấy ra có 1 bóng hỏng”.

Tính được $n(A) = C_4^1 \cdot C_8^2 = 112$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{112}{220} = \frac{28}{55}.$$

Câu 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình của đường thẳng đi qua $A(1;0;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $P : x - y + 3z - 7 = 0$?

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -1 \\ z = 3+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = t \\ z = 2+3t \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng cần tìm nhận vector pháp tuyến của mặt phẳng P là $\vec{n} = (1; -1; 3)$ làm một vector chỉ phương.

Phương trình tham số của đường thẳng cần tìm đi qua điểm $A(1;0;2)$, nhận $\vec{n} = (1; -1; 3)$ là vector chỉ phương là

$$\begin{cases} x = 1+t \\ y = -t \\ z = 2+3t \end{cases}.$$

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $(-9^x + 2 \cdot 3^{x+2} + 243)\sqrt{2 - \ln(2x)} \geq 0$.

- A. 3. B. 5. C. 5. D. 6.

Hướng dẫn giải

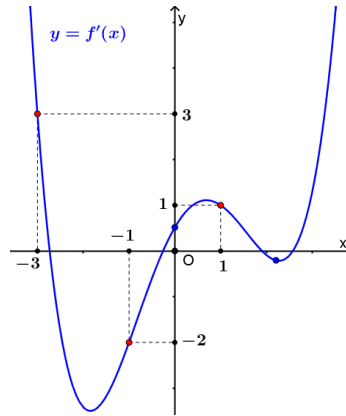
Chọn A

$$(-9^x + 2 \cdot 3^{x+2} + 243)\sqrt{2 - \ln(2x)} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2 - \ln(2x) \geq 0 \\ -9^x + 2 \cdot 3^{x+2} + 243 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 2x \leq e^2 \\ -9 \leq 3^x \leq 27 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x \leq \frac{e^2}{2} \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < x \leq 3$$

Vì

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} và có đồ thị hàm số đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2021$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$. B. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(1)$.
 C. $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. D. $\min_{[-3;1]} g(x) = \frac{g(-3) + g(1)}{2}$.

Lời giải

Chọn C

• Ta có: $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2}$;

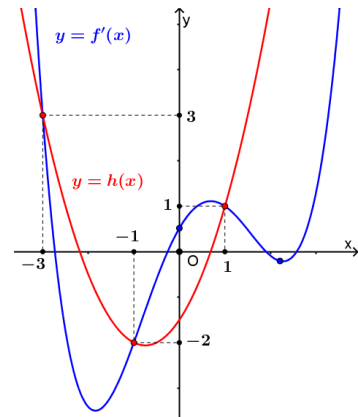
$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = h(x) = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$$

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$g'(x)$	+	0	-	0	-
$g(x)$		$g(-3)$	$g(-1)$	$g(1)$	

• Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\min_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$.



Câu 41. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = |1+x| - |1-x|$ trên tập \mathbb{R} và thỏa mãn $F(1) = 3$. Tính tổng $F(0) + F(2) + F(-3)$.

- A. 8. B. 12. C. 14. D. 10.

Hướng dẫn giải:

Chọn C

Bảng khử dấu giá trị tuyệt đối:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$1+x$	$-$	0	$+$	$+$
$1-x$	$+$	0	$-$	$-$
$f(x)$	-2	$2x$	2	

Ta có: $\int_1^2 f(x)dx = F(2) - F(1) = F(2) - 3$ mà $\int_1^2 f(x)dx = \int_1^2 2dx = 2$ nên $F(2) = 5$.

➤ $\int_0^1 f(x)dx = F(1) - F(0) = 3 - F(0)$ mà $\int_0^1 f(x)dx = \int_0^1 2xdx = x^2 \Big|_0^1 = 1$ nên $F(0) = 2$.

➤ $\int_{-1}^0 f(x)dx = F(0) - F(-1) = 2 - F(-1)$ mà $\int_{-1}^0 f(x)dx = \int_{-1}^0 2xdx = x^2 \Big|_{-1}^0 = -1$ nên $F(-1) = 3$.

➤ $\int_{-3}^{-1} f(x)dx = F(-1) - F(-3) = 3 - F(-3)$ mà $\int_{-3}^{-1} f(x)dx = \int_{-3}^{-1} -2dx = -4$ nên $F(-3) = 7$.

Vậy $F(0) + F(2) + F(-3) = 2 + 5 + 7 = 14$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) vuông góc với nhau, $SB = a\sqrt{3}$, góc $BSC = 45^\circ$ và góc $ASB = 30^\circ$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ là V . Tỷ số $\frac{a^3}{V}$ là:

A. $\frac{8}{3}$

B. $\frac{8\sqrt{3}}{3}$

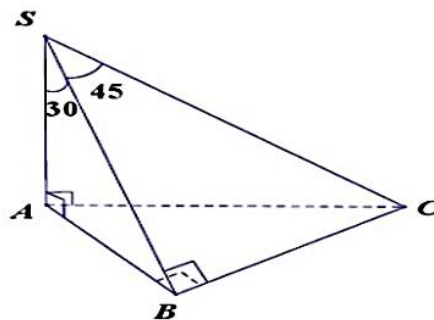
C. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

D. $\frac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

+ Ta có:

$$SA \perp (ABC) \Rightarrow (SAB) \perp (ABC)$$



$$\begin{cases} (SBC) \perp (SAB), (ABC) \perp (SAB) \\ (SBC) \cap (ABC) = BC \end{cases}$$

$$\Rightarrow BC \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow \Delta ABC, \Delta SBC \text{ là các tam giác vuông tại } B$$

Xét ΔSAB vuông tại A có:

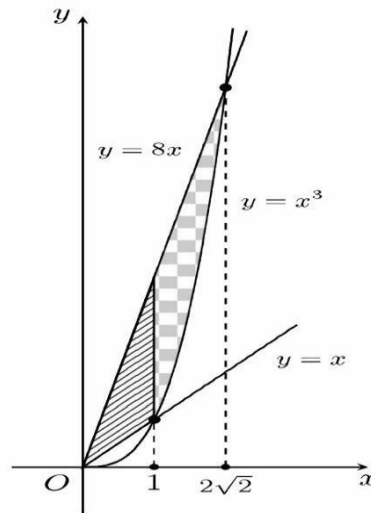
Biểu thức $T = |z - (2 - 3i)| = MA$, với điểm M biểu diễn số phức z và nằm trên đường tròn (C) ; điểm $A(2; -3)$. Suy ra $T = MA \leq MI + IA = R + IA = 1 + \sqrt{34}$.

Câu 45. Cho hình phẳng nằm trong góc phần tư thứ nhất, giới hạn bởi các đường thẳng $y = 8x, y = x$ và đồ thị hàm số $y = x^3$ có diện tích là $S = \frac{a}{b}$, với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $I = a - b$.

- A. $I = 66$. B. $I = 60$. **C. $I = 59$.** D. $I = 67$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đồ thị của ba hàm số đã cho được minh họa như hình vẽ bên.

Trong góc phần tư thứ nhất, xét các phương trình hoành độ giao điểm:

$$+ x^3 = x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 1.$$

$$+ x^3 = 8x \Leftrightarrow x = 0 \text{ hoặc } x = 2\sqrt{2}$$

Hình phẳng cần tính diện tích là phần gạch sọc, được chia ra làm hai vùng. Theo hình vẽ ta có

$$S = \int_0^1 (8x - x) dx + \int_1^{2\sqrt{2}} (8x - x^3) dx = \frac{63}{4}.$$

Suy ra $a = 63, b = 4$. Vậy $I = a - b = 59$.

Câu 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$;

$d': \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình của đường thẳng Δ

song song với (P) , cắt d và d' lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$.

A. $\frac{7x-4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

B. $\frac{7x+4}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

C. $\frac{7x-1}{3} = \frac{7y-4}{8} = \frac{7z+3}{-5}$.

D. $\frac{7x-1}{3} = \frac{7y+4}{8} = \frac{7z+8}{-5}$.

Hướng dẫn giải

Gọi $M(t; t; -2t)$ và $N(-1-2t', t', -1-t')$. Suy ra $\overline{MN} = (-1-2t'-t; t'-t; -1-t'+2t)$.

Do đường thẳng Δ song song với (P) nên $-1-2t'-t-t'+t+1+t'-2t=0 \Leftrightarrow t = -t'$.

Khi đó $\overline{MN} = (-1+t; -2t; -1+3t) \Rightarrow MN = \sqrt{14t^2 - 8t + 2}$.

Ta có $MN = \sqrt{2} \Leftrightarrow 14t^2 - 8t + 2 = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \frac{4}{7} \end{cases}$.

Với $t = 0$ thì $M = (0; 0; 0) \in (P)$. (mâu thuẫn giả thiết).

Với $t = \frac{4}{7}$ thì $\overline{MN} = \left(-\frac{3}{7}; -\frac{8}{7}; \frac{5}{7}\right) = -\frac{1}{7}(3; 8; -5)$ và $M\left(\frac{4}{7}; \frac{4}{7}; -\frac{8}{7}\right)$.

Vậy phương trình của Δ là $\frac{x - \frac{4}{7}}{3} = \frac{y - \frac{4}{7}}{8} = \frac{z + \frac{8}{7}}{-5} \Leftrightarrow \frac{7x - 4}{3} = \frac{7y - 4}{8} = \frac{7z + 8}{-5}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 4), B(0; 0; 1)$ và mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz + 3 = 0$ đi qua A, B và cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $T = a + b + c$.

A. $T = \frac{27}{4}$.

B. $T = \frac{31}{5}$.

C. $T = -\frac{3}{4}$.

D. $T = \frac{33}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

♦ Mặt cầu (S) có tâm $I(-1; 1; 0)$ và bán kính $R = 2$.

♦ Đường thẳng AB đi qua điểm B , có một VTCP là $\overline{BA} = (1; 2; 3) \Rightarrow AB: \begin{cases} x = t \\ y = 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

$\overline{IB} = (1; 1; 1) \Rightarrow IB = \sqrt{3} < R \Rightarrow (P)$ luôn cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) .

(C) có bán kính nhỏ nhất $\Leftrightarrow d(I, (P))$ lớn nhất.

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và AB , ta có:

$d(I, (P)) = IH \leq IK$

Do đó $d(I, (P))$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv K$ hay mặt phẳng (P) vuông góc với IK

Tìm $K: K \in AB \Rightarrow K(t; 2t; 1+3t) \Rightarrow \overline{IK} = (t+1; 2t-1; 1+3t)$

Ta có $IK \perp AB \Leftrightarrow \overline{IK} \cdot \overline{AB} = 0 \Leftrightarrow t = -\frac{1}{7} \Rightarrow \overline{IK} = \left(\frac{6}{7}; -\frac{9}{7}; \frac{4}{7}\right) = \frac{1}{7}(6; -9; 4)$.

Mặt phẳng (P) đi qua $B(0; 0; 1)$, có một VTPT là $\vec{n} = (6; -9; 4)$.

$\Rightarrow (P): 6x - 9y + 4z - 4 = 0 \Leftrightarrow -\frac{9}{2}x + \frac{27}{4}y - 3z + 3 = 0$. Vậy $T = -\frac{3}{4}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x; y)$ thỏa mãn $2.2^x + x + \sin^2 y \leq 2^{\cos^2 y}$

A. 1.

B. 0.

C. 2.

D. 3.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Ta có $2 \cdot 2^x + x + \sin^2 y \leq 2^{\cos^2 y} \Leftrightarrow 2^{x+1} + x + 1 \leq 2^{\cos^2 y} + \cos^2 y$. (1)

Đặt $f(t) = 2^t + t \Rightarrow f'(t) = 2^t \cdot \ln 2 + 1 > 0, \forall t > 0$.

Suy ra hàm số $y = f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Suy ra (1) $\Leftrightarrow f(x+1) \leq f(\cos^2 y) \Leftrightarrow x+1 \leq \cos^2 y \Leftrightarrow x \leq -\sin^2 y \Rightarrow x \leq 0$ vô lí.

Vậy không tồn tại cặp số nguyên dương $(x; y)$ nào thỏa mãn đề bài.

Câu 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-m)^2 = \frac{m^2}{4}$ (với $m > 0$ là tham số thực) và hai điểm $A(2; 3; 5)$, $B(1; 2; 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$.

A. $m=1$.

B. $m=3-\sqrt{3}$.

C. $m=8-4\sqrt{3}$.

D. $m=\frac{4-\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $M(x; y; z)$, suy ra

$$MA^2 - MB^2 = 9 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 + (z-5)^2 - [(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2] = 9$$

$$\Leftrightarrow x + y + z - 4 = 0$$

Suy ra: Tập các điểm $M(x; y; z)$ thỏa mãn $MA^2 - MB^2 = 9$ là mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$

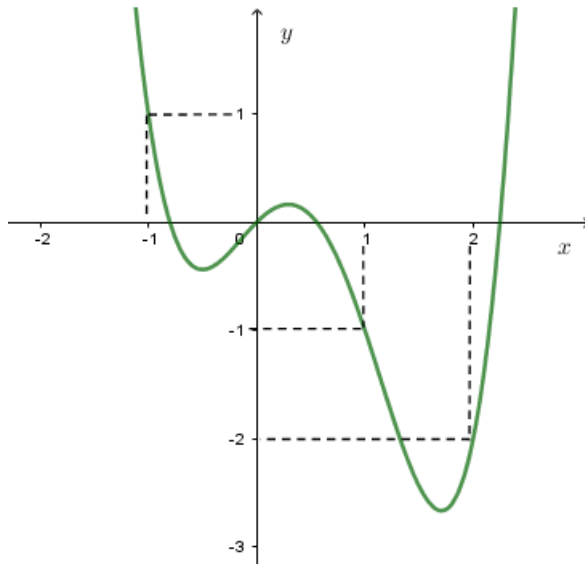
Trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$ khi và chỉ khi (S_m) và (P) có điểm

$$\text{chung} \Leftrightarrow d(I; (P)) \leq R \Leftrightarrow \frac{|1+1+m-4|}{\sqrt{1+1+1}} \leq \frac{|m|}{2} \Leftrightarrow 2|m-2| \leq \sqrt{3}|m|$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 16m + 16 \leq 0 \Leftrightarrow 8 - 4\sqrt{3} \leq m \leq 8 + 4\sqrt{3}$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là $8 - 4\sqrt{3}$.

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên \mathbb{R} . Hàm số $y = f'(x)$ đồ thị như hình vẽ bên dưới. Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = f(x^2 - 2x) + \frac{x^4}{2} - 2x^3 + 2x^2 + 2021$ là



A. 3.

B. 4.

C. 5.

D. 6.

Hướng dẫn giải

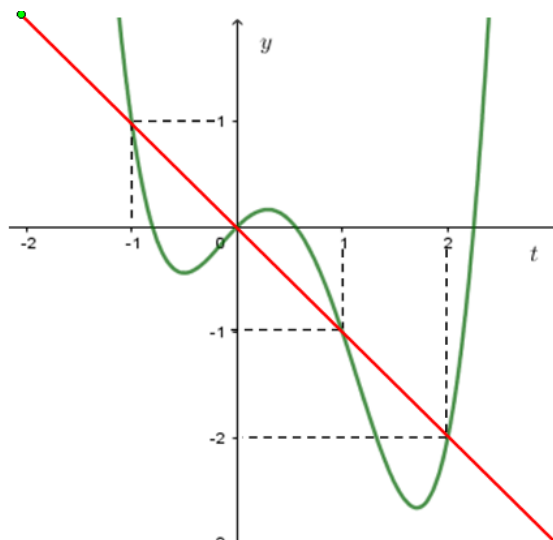
Chọn B

Ta có: $g'(x) = (2x-2)f'(x^2-2x) + 2x^3 - 6x^2 + 4x$.

$$= 2(x-1)f'(x^2-2x) + 2(x-1)(x^2-2x).$$

$$= 2(x-1)[f'(x^2-2x) + (x^2-2x)].$$

Đặt $t = x^2 - 2x$. Khi đó đồ thị hàm số $f'(t)$ cắt đường thẳng $y = -t$ tại bốn điểm phân biệt: $t = -1, t = 0, t = 1, t = 2$.



$$\text{Suy ra: } g'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x^2-2x=-1 \\ x^2-2x=0 \\ x^2-2x=1 \\ x^2-2x=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=1 \\ x=0 \vee x=2 \\ x=1 \pm \sqrt{2} \\ x=1 \pm \sqrt{3} \end{cases}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x^2-2x) > -(x^2-2x) \Leftrightarrow \begin{cases} x^2-2x > 2 \\ 0 < x^2-2x < 1 \\ x^2-2x < -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1-\sqrt{3} \vee x > 1+\sqrt{3} \\ 1-\sqrt{2} < x < 0 \vee 2 < x < 1+\sqrt{2} \\ VN \end{cases}.$$

Khi đó BBT như sau:

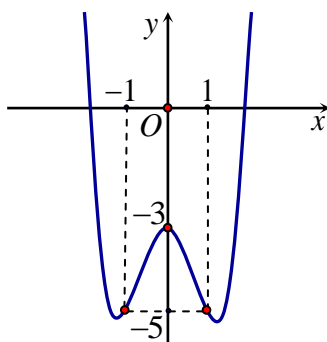
x	$-\infty$	$1-\sqrt{3}$	$1-\sqrt{2}$	0	1	2	$1+\sqrt{2}$	$1+\sqrt{3}$	$+\infty$
$x-1$	-		-		-	0	+		+
$f'(x^2-2x) + (x^2-2x)$	+	0	-	0	+	0	-	0	+
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	0	-
$g(x)$									

Vậy hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực tiêu.

Câu 1: Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp \bar{w} của số phức $w = 2z_1 + z_2$ là
A. $\bar{w} = 8 + 10i$. **B.** $\bar{w} = 12 - 16i$. **C.** $\bar{w} = 12 + 8i$. **D.** $\bar{w} = 28i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là
A. $I(-1; -2; 3)$; $R=2$. **B.** $I(1; 2; -3)$; $R=2$. **C.** $I(1; 2; -3)$; $R=4$. **D.** $I(-1; -2; 3)$; $R=4$.

Câu 3: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?



A. $m = -3$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 4$.

Câu 4: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và độ dài đường sinh $l = \sqrt{3}$. Chiều cao của hình nón bằng
A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}^2$ là
A. $\frac{-4}{2x-1}^3 + C$. **B.** $\frac{-1}{2x-1} + C$. **C.** $\frac{-1}{4x-2} + C$. **D.** $\ln |2x-1|^2 + C$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		-4	↗		0
							$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại
A. $x = 1$. **B.** $x = 0$. **C.** $x = -4$. **D.** $x = -1$.

Câu 7: Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.
A. $S = 1$. **B.** $S = 0; 1$. **C.** $S = 1; -2$. **D.** $S = 1; 2$.

Câu 8: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là
A. $V = Bh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **D.** $V = \frac{1}{6}Bh$.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là

- A. $x\pi^{x-1}$. B. $\frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. π^x . D. $\pi^x \ln \pi$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $1 + \log_2 x + 1 = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 7$. D. $x = 4$.

Câu 11: Tích phân $\int_0^{\ln 2} e^x dx$ bằng

- A. e^2 . B. 1. C. 2. D. $e^2 - 1$.

Câu 12: Phần ảo của số phức $z = 3 + i - 2 - 3i$ là

- A. 4. B. -2. C. -2i. D. 4i.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $P : x + 3y - 5z + 2 = 0$?

- A. $\vec{n} = -3; -9; 15$. B. $\vec{n} = -1; -3; 5$. C. $\vec{n} = 2; 6; -10$. D. $\vec{n} = -2; -6; -10$

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1)$; $B(3; 1; -2)$; $C(2; 0; 4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $6; 3; 3$. B. $2; -1; 1$. C. $-2; 1; -1$. D. $2; 1; 1$.

Câu 15: Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $z = \frac{2i(1-3i)}{1+i^2}$ là

- A. $H(-3; 1)$. B. $K(1; 3)$. C. $L(-3; -1)$. D. $G(1; -3)$.

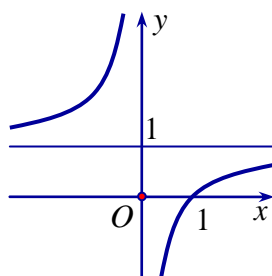
Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A. $y = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $x = 2$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{1}{a^3}$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-3 \ln a$. C. $-\frac{1}{3} \ln a$. D. $\frac{1}{a^3}$.

Câu 18: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



- A. $y = \frac{x+1}{x}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-2}{x}$. D. $y = \frac{x-1}{x}$.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(2; 1; -2)$.

Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình là

- A. $\Delta : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\Delta : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

$$\text{C. } \Delta : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}.$$

$$\text{D. } \Delta : \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}.$$

Câu 20: Cho các số nguyên k, n thỏa $0 < k \leq n$. Công thức nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } C_n^k = \frac{n!}{k!}. \quad \text{B. } C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}. \quad \text{C. } C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}. \quad \text{D. } C_n^k = \frac{k!n!}{(n-k)!}.$$

Câu 21: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

$$\text{A. } 6a^3. \quad \text{B. } 2a^3. \quad \text{C. } 3a^3. \quad \text{D. } a^3.$$

Câu 22: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

$$\text{A. } a^6. \quad \text{B. } a^{\frac{1}{6}}. \quad \text{C. } a^{\frac{3}{2}}. \quad \text{D. } a^{\frac{2}{3}}.$$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗ 6		↘ -26		↗ $+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

$$\text{A. } -\infty; -1. \quad \text{B. } -1; 4. \quad \text{C. } -1; 2. \quad \text{D. } 3; +\infty.$$

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

$$\text{A. } S = 35\pi(\text{cm}^2). \quad \text{B. } S = 70\pi(\text{cm}^2). \quad \text{C. } S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2). \quad \text{D. } S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2).$$

Câu 25: Cho $\int_2^1 f(x) dx = -3$ và $\int_3^1 f(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 f(x) dx$ bằng

$$\text{A. } -4. \quad \text{B. } -2. \quad \text{C. } 2. \quad \text{D. } 4.$$

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

$$\text{A. } u_{10} = 31. \quad \text{B. } u_{10} = -23. \quad \text{C. } u_{10} = -20. \quad \text{D. } u_{10} = 15.$$

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = \sin 3x + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

$$\text{A. } \int f(x) dx = \frac{1}{3} \cos 3x + x + C \quad \text{B. } \int f(x) dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + x + C$$

$$\text{C. } \int f(x) dx = 3 \cos 3x + x + C \quad \text{D. } \int f(x) dx = -3 \cos 3x + x + C$$

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

$$\text{A. } 0. \quad \text{B. } 2. \quad \text{C. } 1. \quad \text{D. } 3.$$

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

$$\text{A. } 0. \quad \text{B. } -\frac{1}{3}. \quad \text{C. } -1. \quad \text{D. } \frac{-13}{6}.$$

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

$$\text{A. } y = \tan x. \quad \text{B. } y = x^3 - x^2 + x + 1.$$

C. $y = x^4 + 1$.

D. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 31: Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A = (3+a)a$. B. $A = (3-a)a$. C. $A = \frac{3+a}{a}$. D. $A = \frac{3-a}{a}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi M là trung điểm của SC , $SA \perp ABC$ và $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là số đo góc giữa BM và SAB . Chọn khẳng định đúng.

A. $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. B. $\tan \alpha = 2$. C. $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33: Cho $\int_e^{e^4} f \ln x \frac{1}{x} dx = 4$. Tính $I = \int_1^4 f x dx$.

A. $I = 8$. B. $I = 16$. C. $I = 2$. D. $I = 4$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm

$A(4;0;2)$, $B(1;3;-2)$ và song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$.

A. $29x - 7y + 27z + 62 = 0$.

B. $29x - 7y - 27z - 62 = 0$.

C. $29x + 7y + 27z + 62 = 0$.

D. $29x + 7y + 27z - 62 = 0$.

Câu 35: Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

A. $-5i$. B. -5 . C. $5i$. D. 5 .

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH .

A. $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. B. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $SH = \frac{a}{2}$. D. $SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Câu 37: Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên không âm đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{10}{21}$. B. $\frac{11}{21}$. C. $\frac{9}{21}$. D. $\frac{4}{7}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A -3; 4; 2$, $B -5; 6; 2$, $C -10; 17; -7$. Viết phương trình mặt cầu tâm C , bán kính AB .

A. $x + 10^2 + y - 17^2 + z - 7^2 = 8$. B. $x + 10^2 + y - 17^2 + z + 7^2 = 8$.

C. $x - 10^2 + y - 17^2 + z + 7^2 = 8$. D. $x + 10^2 + y + 17^2 + z + 7^2 = 8$.

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019. B. 6. C. 2020. D. 4.

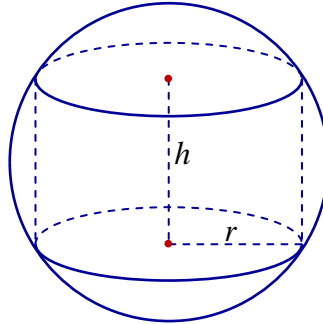
Câu 40: Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(0) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $P : 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng

$\Delta_1 : \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}$, $\Delta_2 : \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}$. Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng P và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 6 \\ y = 11 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -4 \\ y = -7 + 4t \\ z = -t \end{cases}$

Câu 47: Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$ B. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$ D. $h = R\sqrt{2}$

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\sqrt{2^x + 3} + \sqrt{5 - 2^x} \leq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in -\infty; \log_2 5$.

A. $m \geq 4$ B. $m \geq 2\sqrt{2}$ C. $m < 4$ D. $m < 2\sqrt{2}$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S : x - 1^2 + y - 2^2 + z - 3^2 = 16$ và các điểm $A(1; 0; 2)$, $B(-1; 2; 2)$. Gọi P là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của P với mặt cầu S có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình P dưới dạng $P : ax + by + cz + 3 = 0$ thì $a + b + c$ bằng

A. 3 B. -3 C. 0 D. -2

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn thỏa mãn $f(0) = 0$. Hàm số $y = f'(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	m	0	$+\infty$
$f'(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	$+\infty$

Hàm số $g(x) = |f(x^2) - x^2|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1 B. 3 C. 5 D. 7

BẢNG ĐÁP ÁN-đề 2

1.B	2.B	3.C	4.D	5.C	6.A	7.D	8.A	9.D	10.A
11.B	12.A	13.D	14.D	15.D	16.B	17.B	18.D	19.D	20.C
21.B	22.D	23.C	24.B	25.A	26.B	27.B	28.B	29.B	30.B
31.C	32.A	33.D	34.B	35.D	36.C	37.A	38.B	39.D	40.C
41.D	42.D	43.C	44.D	45.D	46.A	47.A	48.A	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp \bar{w} của số phức $w = 2z_1 + z_2$ là

- A. $\bar{w} = 8 + 10i$. **B.** $\bar{w} = 12 - 16i$. C. $\bar{w} = 12 + 8i$. D. $\bar{w} = 28i$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

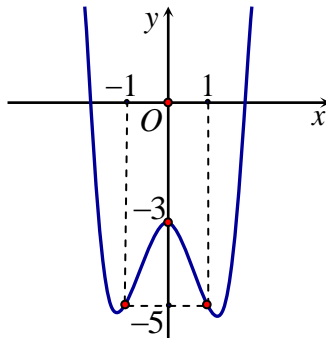
Ta có $w = 2(2 + 3i) + 4 + 5i = 12 + 16i \Rightarrow \bar{w} = 12 - 16i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(-1; -2; 3)$; $R = 2$. **B.** $I(1; 2; -3)$; $R = 2$. C. $I(1; 2; -3)$; $R = 4$. D. $I(-1; -2; 3)$; $R = 4$.

Hướng dẫn giải**Chọn B**

Câu 3: Đồ thị sau đây là của hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 3$. Với giá trị nào của m thì phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0$ có ba nghiệm phân biệt?



- A. $m = -3$. B. $m = -4$. **C.** $m = 0$. D. $m = 4$.

Hướng dẫn giải**Chọn C**

Xét phương trình $x^4 - 3x^2 + m = 0 \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 3 = -m - 3$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình đã cho có ba nghiệm khi $-m - 3 = -3 \Leftrightarrow m = 0$.

Câu 4: Cho hình nón có góc ở đỉnh bằng 60° và độ dài đường sinh $l = \sqrt{3}$. Chiều cao của hình nón bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D**

Gọi I là đỉnh của hình nón và AB là đường kính của tròn đáy.

Tam giác IAB đều cạnh bằng l nên có chiều cao $h = \frac{l\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}$.

Câu 5: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x-1}^2$ là

- A. $\frac{-4}{2x-1} + C$. B. $\frac{-1}{2x-1} + C$. C. $\frac{-1}{4x-2} + C$. D. $\ln 2x - 1^2 + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\int \frac{1}{2x-1} dx = -\frac{1}{2} \frac{1}{2x-1} + C = -\frac{1}{4x-2} + C$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		-4	↗		0
							$-\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = -4$. D. $x = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 7: Tìm tập nghiệm S của phương trình $9^{x^2-3x+2} = 1$.

- A. $S = 1$. B. $S = 0; 1$. C. $S = 1; -2$. D. $S = 1; 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$9^{x^2-3x+2} = 1 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Câu 8: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao bằng h và diện tích đáy bằng B là

- A. $V = Bh$. B. $V = \frac{1}{3}Bh$. C. $V = \frac{1}{2}Bh$. D. $V = \frac{1}{6}Bh$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có thể tích khối lăng trụ $V = Bh$.

Câu 9: Đạo hàm của hàm số $y = \pi^x$ là

- A. $x\pi^{x-1}$. B. $\frac{\pi^x}{\ln \pi}$. C. π^x . D. $\pi^x \ln \pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y' = \pi^x \ln \pi$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $1 + \log_2 x + 1 = 3$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = 7$. D. $x = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $1 + \log_2 x + 1 = 3 \Leftrightarrow \log_2 x + 1 = 2 \Leftrightarrow x + 1 = 4 \Leftrightarrow x = 3$.

Câu 11: Tích phân $\int_0^{\ln 2} e^x dx$ bằng

- A. e^2 . B. 1 . C. 2 . D. $e^2 - 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có

$$\int_0^{\ln 2} e^x dx = e^x \Big|_0^{\ln 2} = 2 - 1 = 1.$$

Câu 12: Phần ảo của số phức $z = 3 + i - 2 - 3i$ là

- A.** -4 . **B.** -2 . **C.** $-2i$. **D.** $4i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $z = 3 + i - 2 - 3i = 1 + 4i \Rightarrow$ phần ảo của số phức là 4 .

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào sau đây không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng

$$P : x + 3y - 5z + 2 = 0 ?$$

- A.** $\vec{n} = -3; -9; 15$. **B.** $\vec{n} = -1; -3; 5$. **C.** $\vec{n} = 2; 6; -10$. **D.** $\vec{n} = -2; -6; -10$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\vec{n}_P = 1; 3; -5$.

Vì vectơ $\vec{n} = -2; -6; -10$ không cùng phương với \vec{n}_P nên không phải là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng P .

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1); B(3; 1; -2); C(2; 0; 4)$. Trọng tâm của tam giác ABC có tọa độ là

- A.** $6; 3; 3$. **B.** $2; -1; 1$. **C.** $-2; 1; -1$. **D.** $2; 1; 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

G là trọng tâm tam giác ABC thì $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1$.

Câu 15: Trên mặt phẳng Oxy , điểm biểu diễn cho số phức $z = \frac{2i(1-3i)}{1+i^2}$ là

- A.** $H(-3; 1)$. **B.** $K(1; 3)$. **C.** $L(-3; -1)$. **D.** $G(1; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $z = \frac{2i(1-3i)}{1+i^2} = \frac{6+2i}{2i} = 1-3i$.

Vậy điểm biểu diễn cho z là $G(1; -3)$.

Câu 16: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ là

- A.** $y = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} y = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -1^-} y = +\infty.$$

Suy ra: tiệm cận đứng của đồ thị hàm số này là $x = -1$.

Câu 17: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln \frac{1}{a^3}$ bằng

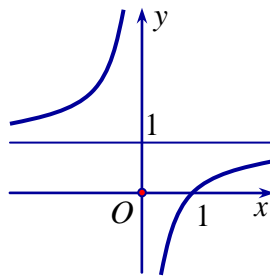
- A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-3 \ln a$. C. $-\frac{1}{3} \ln a$. D. $\frac{1}{a^3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\ln \frac{1}{a^3} = \ln 1 - \ln a^3 = -3 \ln a$.

Câu 18: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong trong hình bên ?



- A. $y = \frac{x+1}{x}$. B. $y = \frac{x-1}{x+1}$. C. $y = \frac{2x-2}{x}$. **D.** $y = \frac{x-1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{1}$ và điểm $A(2;1;-2)$.

Đường thẳng Δ qua A và song song với d có phương trình là

- A. $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. **D.** $\Delta: \frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm A vào d ta được: $\frac{1}{2} = 0$ Vô lý $\Rightarrow A \notin d$.

$\Delta // d \Rightarrow \Delta$ có 1 vec-tơ chỉ phương: $\vec{u} = 2; -1; 1$

Phương trình $\Delta: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

Câu 20: Cho các số nguyên k, n thỏa $0 < k \leq n$. Công thức nào dưới đây đúng?

- A. $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. B. $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$. D. $C_n^k = \frac{k!n!}{(n-k)!}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 21: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng
A. $6a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** a^3 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $V = \frac{1}{3} S_d \cdot h = \frac{1}{3} 3a^2 \cdot 2a = 2a^3$.

Câu 22: Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[3]{a^2}$ bằng

A. a^6 . **B.** $a^{\frac{1}{6}}$. **C.** $a^{\frac{3}{2}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sqrt[3]{a^2} = a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		6		-26		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $-\infty; -1$. **B.** $-1; 4$. **C.** $-1; 2$. **D.** $3; +\infty$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $-1; 3$ nên sẽ nghịch biến trên khoảng $-1; 2$.

Câu 24: Một hình trụ có bán kính đáy $r = 5\text{cm}$, chiều cao $h = 7\text{cm}$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $S = 35\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $S = 70\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $S = \frac{70}{3}\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $S = \frac{35}{3}\pi(\text{cm}^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo công thức tính diện tích xung quanh ta có $S_{xq} = 2\pi rh = 70\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 25: Cho $\int_2^1 f(x) dx = -3$ và $\int_3^1 f(x) dx = 1$. Khi đó $\int_2^3 f(x) dx$ bằng

A. -4 . **B.** -2 . **C.** 2 . **D.** 4 .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $\int_2^3 f(x) dx = \int_2^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx = \int_2^1 f(x) dx - \int_3^1 f(x) dx = -3 - 1 = -4$.

Câu 26: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 4; u_2 = 1$. Giá trị của u_{10} bằng

A. $u_{10} = 31$. **B.** $u_{10} = -23$. **C.** $u_{10} = -20$. **D.** $u_{10} = 15$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$u_1 = 4; u_2 = 1 \Rightarrow d = -3. \text{ Vậy } u_{10} = u_1 + 9d = 4 + 9 \cdot (-3) = -23$$

Câu 27: Cho hàm số $f(x) = \sin 3x + 1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3} \cos 3x + x + C$ **B.** $\int f(x)dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + x + C$

C. $\int f(x)dx = 3 \cos 3x + x + C$ **D.** $\int f(x)dx = -3 \cos 3x + x + C$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = \int \sin 3x + 1 dx = -\frac{1}{3} \cos 3x + x + C$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng xét dấu đạo hàm ta thấy đạo hàm đổi dấu hai lần nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 29: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. 0. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** -1 . **D.** $\frac{-13}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$f(x) = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x - 1$$

$$f'(x) = x^2 + x - 2$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -2 \notin [0; 2] \end{cases}$$

Ta có $f(0) = -1; f(1) = -\frac{13}{6}; f(2) = -\frac{1}{3} \Rightarrow \text{Max}_{[0;2]} f(x) = -\frac{1}{3}$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên \mathbb{R} ?

A. $y = \tan x$. **B.** $y = x^3 - x^2 + x + 1$.

C. $y = x^4 + 1$. **D.** $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y = x^3 - x^2 + x + 1$ có $y' = 3x^2 - 2x + 1 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đồng biến trên \mathbb{R} .

Câu 31: Cho $\log_2 m = a$ và $A = \log_m(8m)$ với $m > 0, m \neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $A = (3+a)a$. **B.** $A = (3-a)a$. **C.** $A = \frac{3+a}{a}$. **D.** $A = \frac{3-a}{a}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

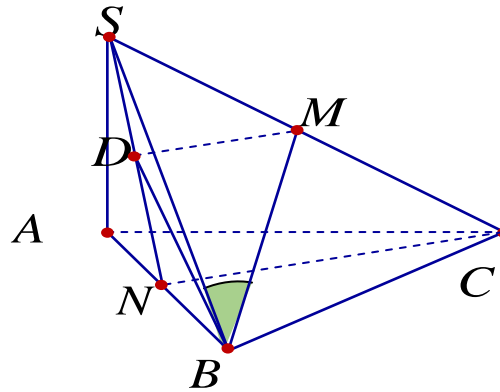
Ta có: $A = \log_m(8m) = \log_m 8 + \log_m m = \frac{3}{\log_2 m} + 1 = \frac{3+a}{a}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a . Gọi M là trung điểm của SC , $SA \perp ABC$ và $SA = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi α là số đo góc giữa BM và SAB . Chọn khẳng định đúng.

- A.** $\tan \alpha = \frac{1}{2}$. **B.** $\tan \alpha = 2$. **C.** $\tan \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\tan \alpha = \frac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.



Gọi N là trung điểm của $AB \Rightarrow CN \perp SAB$.

+) Trong mặt phẳng SNC , kẻ đường thẳng qua M song song với NC cắt SN tại D . Suy ra $MD \perp SAB$, $MD = \frac{1}{2}NC = \frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy góc giữa BM và SAB là góc MBD .

+) Gọi H là trung điểm của AN

$$DH = \frac{1}{2}SA = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$BD = \sqrt{DH^2 + HB^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$\text{Suy ra } \tan \alpha = \tan MBD = \frac{1}{2}.$$

Câu 33: Cho $\int_e^{e^4} f \ln x \frac{1}{x} dx = 4$. Tính $I = \int_1^4 f x dx$.

- A.** $I = 8$. **B.** $I = 16$. **C.** $I = 2$. **D.** $I = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Đặt } t = \ln x \Rightarrow dt = \frac{1}{x} dx.$$

x	e	e^4
t	1	4

$$\int_e^{e^4} f \ln x \frac{1}{x} dx = \int_1^4 f t dt = \int_1^4 f x dx.$$

$$\text{Suy ra } I = \int_1^4 f(x) dx = 4.$$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(4;0;2)$, $B(1;3;-2)$ và song với đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$.

- A. $29x - 7y + 27z + 62 = 0$. **B.** $29x - 7y - 27z - 62 = 0$.
 C. $29x + 7y + 27z + 62 = 0$. **D.** $29x + 7y + 27z - 62 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; -4)$, đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a} = (4; 5; 3)$.

Mặt phẳng (P) qua $A(4;0;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = [\overrightarrow{AB}, \vec{a}] = (29; -7; -27)$.

$$\Rightarrow (P): 29(x-4) - 7(y-0) - 27(z-2) = 0 \Leftrightarrow 29x - 7y - 27z - 62 = 0.$$

Câu 35: Cho các số phức $z_1 = 2 - 3i$, $z_2 = 1 + 4i$. Phần ảo của số phức $z_1 z_2$ là

- A. $-5i$. **B.** -5 . **C.** $5i$. **D.** 5 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

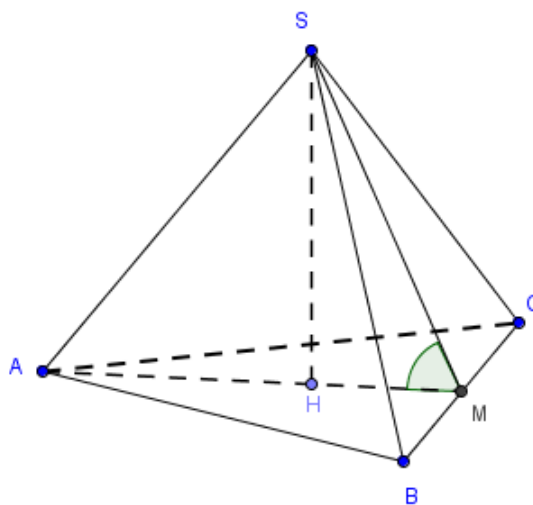
$$\text{Ta có: } z_1 z_2 = (2 - 3i)(1 + 4i) = 14 + 5i$$

Câu 36: Cho hình chóp đều $S.ABC$ có cạnh đáy bằng a , góc giữa một mặt bên và mặt đáy bằng 60° . Tính độ dài đường cao SH .

- A. $SH = \frac{a\sqrt{2}}{3}$. **B.** $SH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $SH = \frac{a}{2}$. **D.** $SH = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của BC .
 Do ABC là tam giác đều nên $AM \perp BC$.

$$\text{Vì } \begin{cases} (SBC) \cap (ABC) = BC \\ SM \subset (SBC): SM \perp BC \Rightarrow SMA = 60^\circ. \\ AM \subset (ABC): AM \perp BC \end{cases}$$

Gọi H là trọng tâm tam giác ABC . Vì $S.ABC$ là hình chóp đều nên $SH \perp (ABC)$.

$$\text{Do } ABC \text{ là tam giác đều } AM = \frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

$$\text{Trong tam giác vuông } SHM \text{ có } SH = HM \cdot \tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{6} \cdot \sqrt{3} = \frac{a}{2}.$$

Câu 37: Chọn ngẫu nhiên một số trong số 21 số nguyên không âm đầu tiên. Xác suất để chọn được số lẻ bằng

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{11}{21}$. **C.** $\frac{9}{21}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập hợp 21 số nguyên không âm đầu tiên là $0; 1; 2; 3; \dots; 19; 20$.

Không gian mẫu có 21 phần tử. Trong 21 số nguyên không âm đầu tiên có 10 số lẻ nên tương ứng có 10 kết quả thuận lợi. Vậy xác suất là $\frac{10}{21}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 4; 2)$, $B(-5; 6; 2)$, $C(-10; 17; -7)$. Viết phương trình mặt cầu tâm C , bán kính AB .

A. $x + 10^2 + y - 17^2 + z - 7^2 = 8$. **B.** $x + 10^2 + y - 17^2 + z + 7^2 = 8$.
C. $x - 10^2 + y - 17^2 + z + 7^2 = 8$. **D.** $x + 10^2 + y + 17^2 + z + 7^2 = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-2; 2; 0) \Rightarrow AB = \sqrt{2^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}.$$

$$\text{Phương trình mặt cầu tâm } C \text{ bán kính } AB: x + 10^2 + y - 17^2 + z + 7^2 = 8.$$

Câu 39: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn $0 \leq x \leq 2020$ và $\log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y$?

A. 2019. **B.** 6. **C.** 2020. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có: } \log_3(3x+3) + x = 2y + 9^y \Leftrightarrow \log_3(x+1) + x + 1 = 2y + 3^{2y} \quad (1).$$

$$\text{Đặt } t = \log_3(x+1) \Rightarrow x+1 = 3^t. \text{ Với } x \in [0; 2020] \Rightarrow t \in [0; \log_3 2021].$$

$$(1) \Leftrightarrow t + 3^t = 2y + 3^{2y} \quad (2).$$

$$\text{Xét hàm số } f(u) = u + 3^u, u \in [0; \log_3 2021].$$

$f'(u) = 1 + 3^u \ln 3 > 0, \forall u \in [0; \log_3 2021]$. Và do hàm số $f(u)$ liên tục trên $[0; \log_3 2021]$, suy ra $f(u)$ đồng biến trên $[0; \log_3 2021]$.

$$\text{Do đó } (2) \Leftrightarrow f(t) = f(2y) \Leftrightarrow t = 2y \Leftrightarrow \log_3(x+1) = 2y \Leftrightarrow x = 3^{2y} - 1.$$

$$\text{Vì } x \in [0; 2020] \text{ nên } 0 \leq 3^{2y} - 1 \leq 2020 \Leftrightarrow 1 \leq 3^{2y} \leq 2021$$

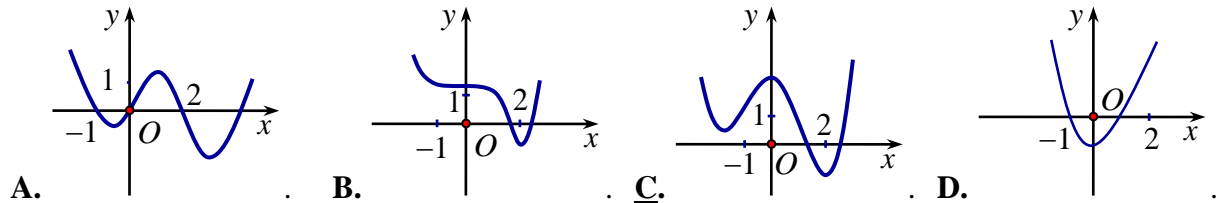
$$\Leftrightarrow 0 \leq 2y \leq \log_3 2021$$

$$\Leftrightarrow 0 \leq y \leq \frac{1}{2} \log_3 2021.$$

Do $y \in \mathbb{Z}$ nên $y \in \{0; 1; 2; 3\}$. Ứng với mỗi giá trị nguyên của y cho ta 1 giá trị nguyên của x .

Vậy có 4 cặp số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40: Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} thỏa mãn $f'(0) = 0$ và $f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?



Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(0) = 0; f''(x) < 0, \forall x \in (-1; 2)$

$$\Rightarrow f'(x) \text{ là hàm giảm trên khoảng } (-1; 2) \Rightarrow \begin{cases} f'(x) > f'(0), \forall x \in (-1; 0) \\ f'(x) < f'(0), \forall x \in (0; 2) \end{cases}$$

Suy ra $f(x)$ tăng trên khoảng $(-1; 0)$, giảm trên khoảng $(0; 2)$ và đạt cực đại tại $x = 0$.

Chỉ có đáp án C thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho các số thực a, b khác không. Xét hàm số $f(x) = \frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x$ với mọi x khác -1 . Biết

$$f'(0) = -22 \text{ và } \int_0^1 f(x) dx = 5. \text{ Tính } a + b.$$

A. 19.

B. 7.

C. 8.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = \frac{-3a}{(x+1)^4} + be^x + bxe^x \text{ nên } f'(0) = -3a + b = -22 \quad (1).$$

$$\int_0^1 f(x) dx = \int_0^1 \left[\frac{a}{(x+1)^3} + bxe^x \right] dx = a \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^3} + b \int_0^1 xe^x dx = aI + bJ.$$

$$\text{Tính } I = \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)^3} = -\frac{1}{2(x+1)^2} \Big|_0^1 = \frac{3}{8}.$$

$$\text{Tính } J = \int_0^1 xe^x dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = e^x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = e^x \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } J = (xe^x) \Big|_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e^x - e^x \Big|_0^1 = 1. \text{ Suy ra } \frac{3}{8}a + b = 5 \quad (2).$$

$$\text{Từ (1) và (2) ta có } \begin{cases} -3a + b = -22 \\ \frac{3a}{8} + b = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 8 \\ b = 2 \end{cases}. \text{ Vậy } a + b = 10.$$

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$. Mặt phẳng (SBC) cách A một khoảng bằng $\frac{a}{2}$ và hợp với mặt phẳng (ABC) góc 30° . Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{3a^3}{4}$.

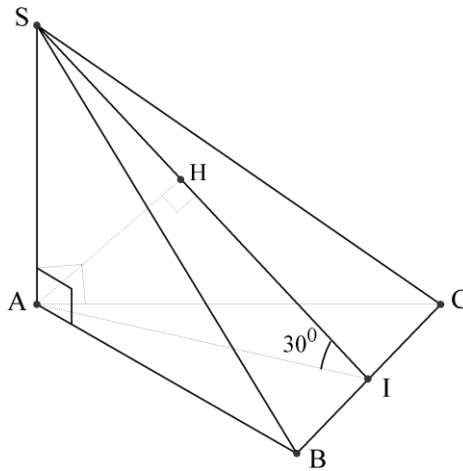
B. $\frac{a^3}{3}$.

C. $\frac{a^3}{9}$.

D. $\frac{8a^3}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi I là trung điểm của BC suy ra góc giữa $mp(SBC)$ và $mp(ABC)$ là $SIA = 30^\circ$.

H là hình chiếu vuông góc của A trên SI suy ra $d(A, (SBC)) = AH = \frac{a}{2}$.

Xét tam giác AHI vuông tại H suy ra $AI = \frac{AH}{\sin 30^\circ} = a$.

Ta có tam giác ABC đều mà AI là đường cao suy ra $a = BC \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BC = \frac{2\sqrt{3}a}{3}$.

Diện tích tam giác đều ABC là $S_{ABC} = \left(\frac{2\sqrt{3}a}{3}\right)^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{3}$.

Xét tam giác SAI vuông tại A suy ra $SA = AI \cdot \tan 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} = \frac{a^3}{9}$.

Câu 43. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 6| = 2\sqrt{5}$ và z^2 là số thuần ảo?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $z = a + bi, a, b \in \mathbb{R} \Rightarrow \bar{z} = a - bi$.

Theo giả thiết:

$$|z - 6| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow |a + bi - 6| = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (a - 6)^2 + b^2 = 20 \Leftrightarrow a^2 + b^2 - 12a + 36 = 20 \quad (1).$$

Mặt khác $z^2 = (a + bi)^2 = a^2 - b^2 + 2abi$ là số thuần ảo nên $a^2 - b^2 = 0$ hay $a^2 = b^2$.

$$\text{Thay } b^2 = a^2 \text{ vào (1), ta được: } \Leftrightarrow a^2 + a^2 - 12a + 36 = 20 \Leftrightarrow 2a^2 - 12a + 16 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 4 \\ a = 2 \end{cases}.$$

Với $a = 4$, ta có: $b = \pm 4$.

Với $a = 2$, ta có: $b = \pm 2$.

Vậy có 4 số phức z thỏa đề: $z = 4 + 4i, z = 4 - 4i, z = 2 + 2i, z = 2 - 2i$.

Câu 44: Cho số phức z thoả mãn $|z - 1 + 2i| = 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$P = |z - 2 - 3i|^2 + |z - 5i|^2.$$

A. $P_{\max} = 96$.

B. $P_{\max} = 66$.

C. $P_{\max} = 152$.

D. $P_{\max} = 132$.

Hướng dẫn giải

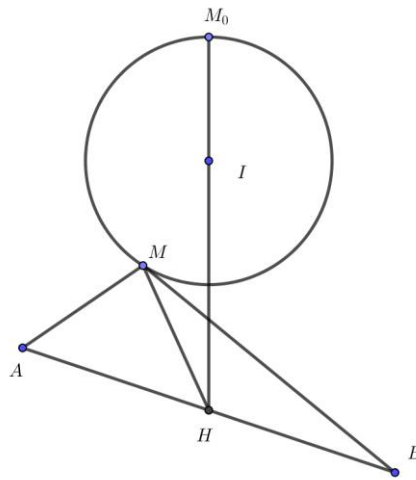
Chọn D

Gọi $M(x, y)$; $I(1; -2)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z và $1 - 2i$.

$$|z - 1 + 2i| = 2 \Rightarrow M \text{ thuộc đường tròn tâm } I, \text{ bán kính } R = 2.$$

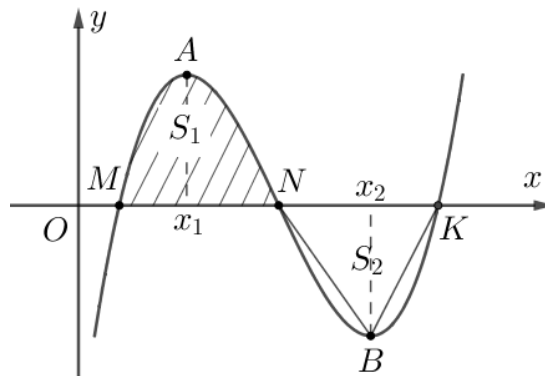
Gọi $A(2; 3)$; $B(0; 5)$ lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $2 + 3i$ và $5i$.

$$P = |z - 2 - 3i|^2 + |z - 5i|^2 = MA^2 + MB^2 = 2MH^2 + \frac{AB^2}{2} \text{ (với } H(1; 4) \text{ là trung điểm của } AB).$$



$$P_{\max} \Leftrightarrow HM_{\max} \Leftrightarrow HM = HI + R = 8 \Rightarrow P_{\max} = 2 \cdot 8^2 + 4 = 132.$$

Câu 45: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong C trong hình bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại hai điểm x_1, x_2 thoả $f(x_1) + f(x_2) = 0$. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị C ; M, N, K là giao điểm của C với trục hoành; S_1 là diện tích của hình phẳng được gạch trong hình, S_2 là diện tích tam giác NBK . Biết tứ giác $MAKB$ nội tiếp đường tròn, khi đó tỉ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng



A. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$.

B. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

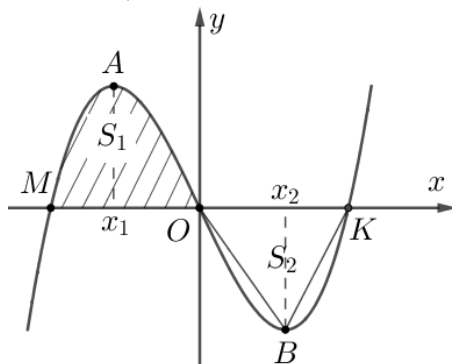
C. $\frac{5\sqrt{3}}{6}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Kết quả bài toán không thay đổi khi ta tịnh tiến đồ thị đồ thị C sang trái sao cho điểm uốn trùng với gốc tọa độ O . (như hình dưới)



Do $f(x)$ là hàm số bậc ba, nhận gốc tọa độ là tâm đối xứng $O \equiv N$.

Đặt $x_1 = -a, x_2 = a$, với $a > 0 \Rightarrow f'(x) = kx^2 - a^2$ với $k > 0$

$$\Rightarrow f(x) = k\left(\frac{1}{3}x^3 - a^2x\right) \Rightarrow x_M = -a\sqrt{3}, x_K = a\sqrt{3}$$

Có $MAKB$ nội tiếp đường tròn tâm $O \Rightarrow OA = OM = a\sqrt{3}$

$$\text{Có } f(x_1) = \sqrt{OA^2 - x_1^2} \Leftrightarrow f(-a) = a\sqrt{2} \Leftrightarrow k\left(-\frac{1}{3}a^3 + a^3\right) = a\sqrt{2} \Leftrightarrow k = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{3}x^3 - a^2x\right)$$

$$S_1 = \int_{-a\sqrt{3}}^0 f(x) dx = \frac{3\sqrt{2}}{2a^2}\left(\frac{1}{12}x^4 - \frac{a^2}{2}x^2\right)\Bigg|_{-a\sqrt{3}}^0 = \frac{9\sqrt{2}}{8}a^2$$

$$S_2 = S_{\triangle AMO} = \frac{1}{2}f(-a) \cdot MO = \frac{1}{2}a\sqrt{2} \cdot a\sqrt{3} = \frac{\sqrt{6}}{2}a^2$$

$$\text{Vậy } \frac{S_1}{S_2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $P: 4y - z + 3 = 0$ và hai đường thẳng

$$\Delta_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-2}{3}, \Delta_2: \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}.$$

Đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng P và cắt cả hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 có phương trình là

$$\text{A. } \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{B. } \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases} \quad \text{C. } \begin{cases} x = 6 \\ y = 11 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{D. } \begin{cases} x = -4 \\ y = -7 + 4t \\ z = -t \end{cases}$$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử đường thẳng d cắt đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B . Khi đó

$$A(1 + a; -2 + 4a; 2 + 3a), B(-4 + 5b; -7 + 9b; b).$$

$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AB} = (5b - a - 5; 9b - 4a - 5; b - 3a - 2).$$

Mặt phẳng P có vector pháp tuyến là $\vec{n} = 0; 4; -1$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng P nên vector \overrightarrow{AB} cùng phương với vector \vec{n} .

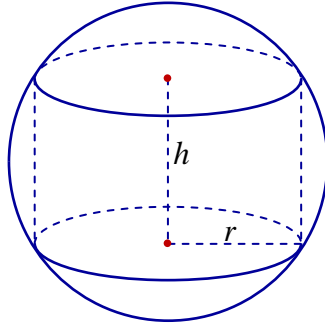
Do đó ta có

$$\overrightarrow{AB} = k\vec{n} \Rightarrow \begin{cases} 5b - a - 5 = 0 \\ 9b - 4a - 5 = 4k \\ b - 3a - 2 = -k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5b - a = 5 \\ 13b - 16a - 13 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 1 \end{cases} \Rightarrow A(1; -2; 2).$$

Đường thẳng d qua $A(1; -2; 2)$, có vector chỉ phương là $\vec{n} = 0; 4; -1$ nên có phương trình

$$\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$$

Câu 47: Cho khối cầu (S) tâm I , bán kính R không đổi. Một khối trụ thay đổi có chiều cao h và bán kính đáy r nội tiếp khối cầu. Tính chiều cao h theo R sao cho thể tích của khối trụ lớn nhất.



A. $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

B. $h = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

C. $h = \frac{R\sqrt{3}}{2}$.

D. $h = R\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $r^2 = R^2 - \frac{h^2}{4}$.

Thể tích của khối trụ: $V = \pi \left(R^2 - \frac{h^2}{4} \right) h \Leftrightarrow V = \pi R^2 h - \frac{\pi h^3}{4}$.

Ta có $V' = \pi R^2 - \frac{3\pi}{4} h^2, \Rightarrow V' = 0 \Leftrightarrow h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên:

h	0	$\frac{2R\sqrt{3}}{3}$	$+\infty$	
V'		+	0	-
V			V_{\max}	

Vậy thể tích khối trụ lớn nhất khi $h = \frac{2R\sqrt{3}}{3}$.

Câu 48: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $\sqrt{2^x + 3} + \sqrt{5 - 2^x} \leq m$ nghiệm đúng với mọi $x \in -\infty; \log_2 5$.

- A.** $m \geq 4$. **B.** $m \geq 2\sqrt{2}$. **C.** $m < 4$. **D.** $m < 2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $2^x = t$. Vì $x < \log_2 5 \Rightarrow 0 < 2^x < 2^{\log_2 5} \Rightarrow 0 < t < 5$.

Yêu cầu bài toán trở thành $\sqrt{t+3} + \sqrt{5-t} \leq m, \forall t \in 0;5$.

Xét hàm số $f(t) = \sqrt{t+3} + \sqrt{5-t}$.

$$f'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t+3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-t}}$$

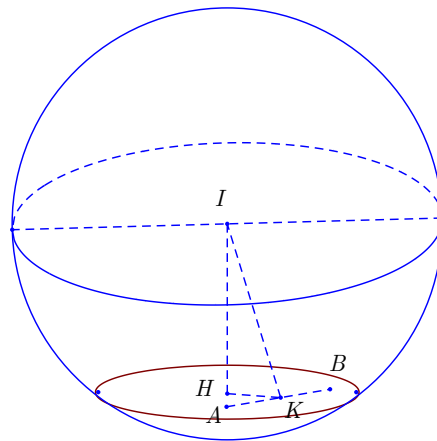
$$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2\sqrt{t+3}} - \frac{1}{2\sqrt{5-t}} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -3 < t < 5 \\ \sqrt{t+3} = \sqrt{5-t} \end{cases} \Leftrightarrow t = 1$$

Câu 49: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $S : x-1^2 + y-2^2 + z-3^2 = 16$ và các điểm $A(1;0;2)$, $B(-1;2;2)$. Gọi P là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B sao cho thiết diện của P với mặt cầu S có diện tích nhỏ nhất. Khi viết phương trình P dưới dạng

- $P : ax + by + cz + 3 = 0$ thì $a + b + c$ bằng
- A.** 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Mặt cầu có tâm $I(1;2;3)$ bán kính là $R = 4$.

Ta có A, B nằm trong mặt cầu. Gọi K là hình chiếu của I trên AB và H là hình chiếu của I lên thiết diện.

Ta có diện tích thiết diện bằng $S = \pi r^2 = \pi(R^2 - IH^2)$.

Do đó diện tích thiết diện nhỏ nhất khi IH lớn nhất.

Mà $IH \leq IK$ suy ra P qua A, B và vuông góc với IK .

Ta có $IA = IB = \sqrt{5}$ suy ra K là trung điểm của AB . Vậy $K(0;1;2)$ và $\vec{KI} = (1;1;1)$.

Vậy $P : x-1 + y + z-2 = 0 \Leftrightarrow -x - y - z + 3 = 0$.

Vậy $a + b + c = -3$.

