ĐỀ THI THAM KHẢO
(Đề có 6 trang)
ĐỀ SỐ 01

KỲ THI TỐT NGHIỆP TRUNG HỌC PHỔ THÔNG NĂM 2022
Bài thi: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: Nếu môđun của số phức z bằng r $(r>0)$ thì môđun của số phức $(1-i)^2z$ bằng

A. $2r$. **B.** $4r$. **C.** r. **D.** $r\sqrt{2}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;-2;3)$, $M(0;1;5)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua M là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{14}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{14}$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y=\cos x$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{-\pi}{2}$. **D.** -1.

Câu 4: Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=4\pi R^3$.

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int\frac{1}{1-4x}dx=-4.\ln\frac{1}{|1-4x|}+C$ **B.** $\int\frac{1}{1-4x}dx=-\frac{1}{4}.\ln|1-4x|+C$

C. $\int\frac{1}{1-4x}dx=\ln|1-4x|+C$ **D.** $\int\frac{1}{1-4x}dx=-\frac{1}{4}.\ln|8x-2|+C$

Câu 6: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2+5x-5$ là

A. $(-1;-8)$ **B.** $(0;-5)$ **C.** $\left(\frac{5}{3};\frac{40}{27}\right)$ **D.** $(1;0)$

Câu 7: Bất phương trình $\left(\frac{4}{3}\right)^x>1$ có tập nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 8: Một khối lăng trụ có chiều cao $2a$, diện tích đáy $3a^2$ thì có thể tích bằng

A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=(2-x^2)^{\frac{3}{5}}$ là.

A. $(-\sqrt{2};\sqrt{2})$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $(-5;1)$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2(x^2-1)=3$ là

A. $\{-3;3\}$ **B.** $\{-3\}$ **C.** $\{3\}$ **D.** $\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\}$

Câu 11: Biết $\int_0^1 f(x)dx = -2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 3$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - g(x)]dx$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1 = 4 - 7i$ và $z_2 = -6 + 2i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

A. $-10 + 9i$. **B.** $10 + 9i$. **C.** $10 - 9i$. **D.** $-2 - 5i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 2;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 3)$ là.

A. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} = \frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **C.** $6x + 3y + 2z = 6$. **D.** $6x + 2y + 3z = 3$.

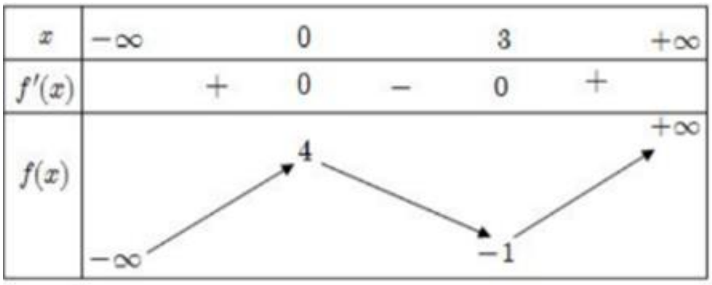
Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b} = (1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c} = (2;6;-1)$. **B.** $\vec{c} = (4;6;-1)$. **C.** $\vec{c} = (4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c} = (2;-6;-1)$.

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $5 - 3i$ có tọa độ là

A. $(5;-3)$. **B.** $(-5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y = 4$.

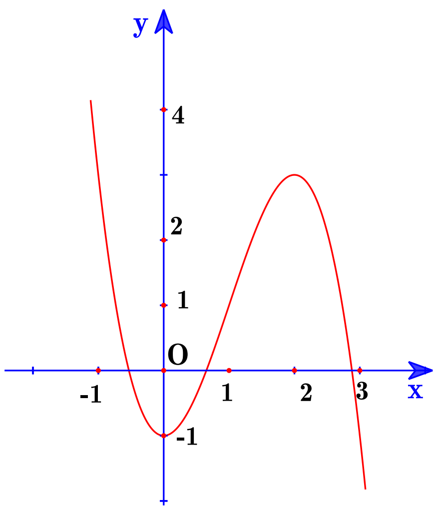
C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x = 0$.

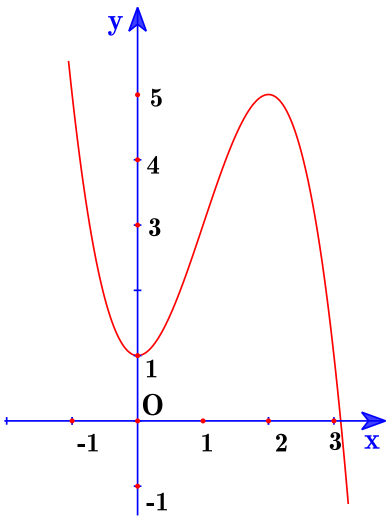
Câu 17: Với các số $a, b > 0, a \neq 1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3}(a^2 b^{18})$ bằng

A. $\frac{2}{3} + 6\log_a b$. **B.** $3 + 2\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3} + 6\log_a b$. **D.** $3 + \frac{1}{2}\log_a b$.

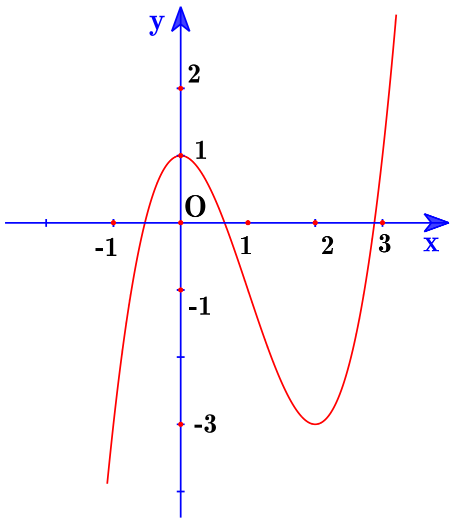
Câu 18: Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



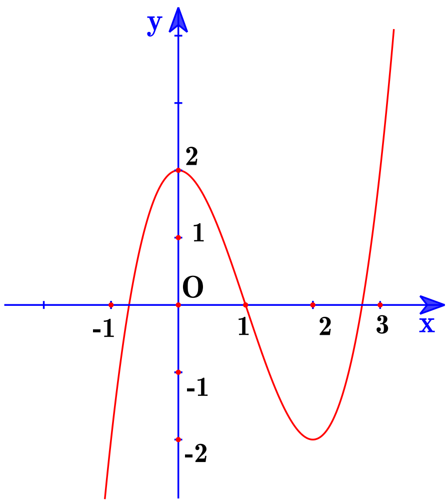
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3 **B.** Hình 1 **C.** Hình 2 **D.** Hình 4

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;-1;2)$. **B.** $Q(-1;2;-3)$. **C.** $N(-1;-2;-3)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

Câu 20: Số cách sắp xếp 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế, mỗi ghế chỉ một học sinh ngồi bằng:

A. 4^{10}. **B.** A_{10}^4. **C.** C_{10}^4. **D.** 10^4.

Câu 21: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC'=a\sqrt{3}$.

A. $V=a^3$ **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V=3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}a^3$

Câu 22: Cho hàm số $f(x)=\ln\left(e^x+\pi m\right)$ thỏa mãn $f'(\ln 3)=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m\in(-1;0)$. **B.** $m\in(1;3)$. **C.** $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(-2;-1)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục của hình trụ, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có chu vi bằng 32. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. 110π. **B.** 55π. **C.** 60π. **D.** 150π.

Câu 25: Biết $a \in \mathbb{R}$ và $0 < a < 1$. Tính tích phân $I = \int_0^1 |x - a| \mathrm{dx}$.

A. $I = -a^2 + a - \frac{1}{2}$. **B.** $I = a^2 - a + \frac{1}{2}$. **C.** $I = \frac{1}{2} - a$. **D.** $I = 1 - a$.

Câu 26: Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai là $s \neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

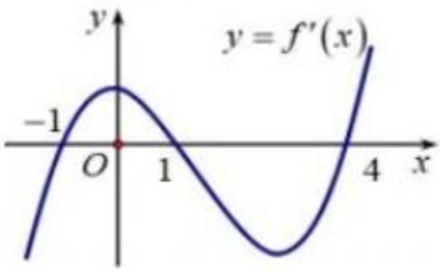
A. $\frac{4}{9}$. **B.** 3. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 9.

Câu 27: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \mathrm{e}^{3x}$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{2}{3}$. **B.** $F(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}$.

C. $F(x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + 1$. **D.** $F(x) = -\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x} + \frac{4}{3}$.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 29: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4+\frac{2}{x^2}$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị $m+2M$ bằng

A. 36. **B.** 34. **C.** 35. **D.** 33.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x-1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+2x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 31: Cho các số thực dương $x\neq 1$, $y\neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x=log_y 16$ và tích $xy=64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2\frac{y}{x}\right)^2$

A. $\frac{25}{2}$. **B.** 25. **C.** 20. **D.** $\frac{45}{2}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB=a\sqrt{2}$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 33: Cho $\int_1^e (1+x\ln x)\,dx=ae^2+be+c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a+b=c$. **B.** $a+b=-c$. **C.** $a-b=c$. **D.** $a-b=-c$

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-1;0)$, $C(0;0;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $-3x+6y-2z+6=0$. **B.** $-3x-6y+2z+6=0$.

C. $-3x+6y+2z+6=0$. **D.** $-3x-6y+2z-6=0$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z\ 1+i\ =3-5i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=16$. **D.** $|z|=17$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau, $AB=a, AC=a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $d=a$. **B.** $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d=a\sqrt{2}$.

Câu 37: Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{7}{8}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 39: Đặt $S=(a;b)$ là tập nghiệm của bất phương trình $3\log_2(x+3)-3\le\log_2(x+7)^3-\log_2(2-x)^3$. Tổng của tất cả các giá trị nguyên thuộc S bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)+m|=2$ có đúng hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thõa mãn: $x_1<0<1<x_2$.

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $-3<m<-2$. **C.** $-1<m<2$. **D.** $-1\le m\le 2$.

Câu 41: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=e, f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1},$ với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $10<f(5)<11$. **B.** $4<f(5)<5$. **C.** $11<f(5)<12$. **D.** $3<f(5)<4$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $6a^3\sqrt{3}$. **C.** $12a^3$. **D.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

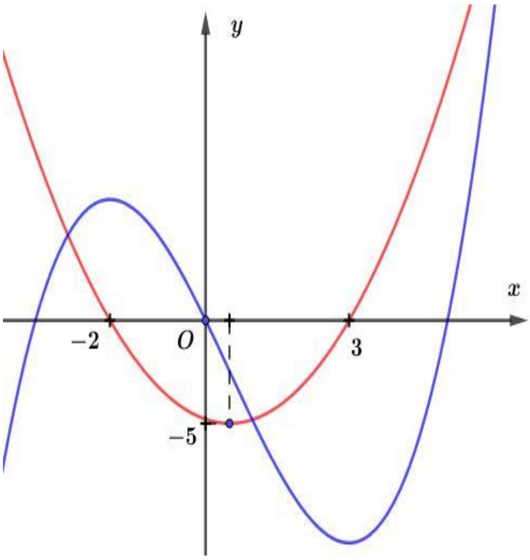
Câu 43: Số phức $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$ là nghiệm của phương trình $\dfrac{(|z|-1)(1+iz)}{z-\frac{1}{z}}=i$. Tổng $T=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** $4-2\sqrt{3}$. **C.** $3+2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 44: Cho các số phức z,z_1,z_2 thay đổi thỏa mãn các điều kiện sau: $|iz+2i+4|=3$, phần thực của z_1 bằng 2, phần ảo của z_2 bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z-z_1|^2+|z-z_2|^2$

A. 9. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị hàm số $f(x)$ và $f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích tạo bởi $f(x)$ và $f'(x)$ gần nhất giá trị nào sau đây?



A. 50. **B.** 43. **C.** 23. **D.** 65.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Đường thẳng Δ qua điểm M, cắt hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt tại B và $C(a;b;c)$ sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến. Tính $T = a+b+c$.

A. $T = 5$. **B.** $T = 9$. **C.** $T = 3$. **D.** $T = 7$.

Câu 47: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 48: Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1$, $b>1$ và $a^x = b^y = \sqrt[4]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x+4y$ là $P_{\min} = \frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $n \in \mathbb{N}$, khi đó giá trị của biểu thức $T = m^2 + n$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 79. **B.** 25. **C.** 34. **D.** 85.

Câu 49: Cho hai mặt cầu $(S_1): x^2+y^2-2x-6y-4z-11=0$, $(S_2): x^2+y^2-2x+4y-2z-3=0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Lấy điểm A thuộc đường tròn (C). Gọi I, J lần lượt là tâm của mặt cầu $(S_1),(S_2)$, S là diện tích tam giác AIJ thì S có giá trị là

A. $S = \frac{1}{2}\sqrt{219}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{26}}{2}$. **C.** $S = \frac{15}{2}$. **D.** $S = \frac{1}{2}\sqrt{209}$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$ với mọi $x\in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.A	5.B	6.A	7.A	8.D	9.A	10.A
11.C	12.C	13.C	14.D	15.A	16.C	17.A	18.B	19.B	20.B
21.A	22.A	23.A	24.C	25.B	26.D	27.A	28.B	29.A	30.C
31.C	32.B	33.C	34.C	35.B	36.C	37.C	38.B	39.A	40.C
41.A	42.C	43.C	44.D	45.D	46.D	47.B	48.D	49.D	50.B

Hướng dẫn giải

Câu 1: Nếu môđun của số phức z bằng r $(r>0)$ thì môđun của số phức $(1-i)^2 z$ bằng

A. $2r$. **B.** $4r$. **C.** r. **D.** $r\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

$(1-i)^2 z=-2i.z \Rightarrow \left|(1-i)^2 z\right|=|-2i.z|=|-2i|.|z|=2r$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;-2;3)$, $M(0;1;5)$. Phương trình mặt cầu có tâm I và đi qua M là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=\sqrt{14}$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=14$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=\sqrt{14}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu có tâm I và đi qua M có bán kính là $R=IM=\sqrt{(0-1)^2+(1+2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{14}$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=14$.

Câu 3: Đồ thị hàm số $y=\cos x$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** 1. **C.** $\frac{-\pi}{2}$. **D.** -1.

Lời giải:

Chọn B

Đồ thị hàm số cắt trục tung thỏa mãn $x=0\Rightarrow y=1$.

Câu 4: Thể tích của một khối cầu có bán kính R là

A. $V=\frac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}\pi R^2$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **D.** $V=4\pi R^3$.

Lời giải

Chọn A

Câu 5: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -4.\ln\frac{1}{|1-4x|}+C$

B. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|1-4x|+C$

C. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = \ln|1-4x|+C$

D. $\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}.\ln|8x-2|+C$

Lời giải

Chọn B

$\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}x = -\frac{1}{4}\int \frac{1}{1-4x}\mathrm{d}(1-4x) = -\frac{1}{4}.\ln|1-4x|+C$.

Câu 6: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^3+x^2+5x-5$ là

A. $(-1;-8)$ **B.** $(0;-5)$ **C.** $\left(\frac{5}{3};\frac{40}{27}\right)$ **D.** $(1;0)$

Lời giải

Chọn A

$y' = -3x^2+2x+5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{5}{3} \end{array}\right.$.

$y''=-6x+2$.

Ta có: $y''(-1)=8>0 \Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$; $y_{CT}=y(-1)=-8$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;-8)$.

Câu 7: Bất phương trình $\left(\frac{4}{3}\right)^x>1$ có tập nghiệm là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn A

Bất phương trình $\left(\frac{4}{3}\right)^x>1 \Leftrightarrow x>\log_{\frac{4}{3}}1 \Leftrightarrow x>0$.

Vậy $S=(0;+\infty)$.

Câu 8: Một khối lăng trụ có chiều cao $2a$, diện tích đáy $3a^2$ thì có thể tích bằng

A. a^3. **B.** $4a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối lăng trụ đó là: $V=B.h=3a^2.2a=6a^3$.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=\left(2-x^2\right)^{\frac{3}{5}}$ là.

A. $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $(-5;1)$.

Lời giải

Chọn A

Áp dụng lý thuyết "Lũy thừa với số mũ không nguyên thì cơ số phải dương".
Do đó hàm số đã cho xác định khi $2-x^2>0 \Leftrightarrow -\sqrt{2}<x<\sqrt{2}$.
Tập xác định $D=\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Câu 10: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-1\right)=3$ là

A. $\{-3;3\}$ **B.** $\{-3\}$ **C.** $\{3\}$ **D.** $\left\{-\sqrt{10};\sqrt{10}\right\}$

Lời giải

Chọn A

$\log_2\left(x^2-1\right)=3 \Leftrightarrow x^2-1=8 \Leftrightarrow x^2=9 \Leftrightarrow x=\pm 3$.

Câu 11: Biết $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=3$, khi đó $\int\limits_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_0^1 \left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-2-3=-5$.

Câu 12: Cho hai số phức $z_1=4-7i$ và $z_2=-6+2i$. Số phức z_1-z_2 bằng

A. $-10+9i$. **B.** $10+9i$. **C.** $10-9i$. **D.** $-2-5i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z_1-z_2=(4-7i)-(-6+2i)=10-9i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (P) đi qua $A(1;\ 0;\ 0)$, $B(0;\ 2;\ 0)$, $C(0;\ 0;\ 3)$ là.

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **C.** $6x+3y+2z=6$. **D.** $6x+2y+3z=3$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình chắn hệ trục $(P):\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z=6$.

Câu 14: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-2)$ và vectơ $\vec{b}=(1;0;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{c}$ là tích có hướng của $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $\vec{c}=(2;6;-1)$. **B.** $\vec{c}=(4;6;-1)$. **C.** $\vec{c}=(4;-6;-1)$. **D.** $\vec{c}=(2;-6;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng công thức tính tích có hướng trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ ta được:

$\vec{c}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(2;-6;-1)$

Vậy **Chọn D**

Câu 15: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $5-3i$ có tọa độ là

A. $(5;-3)$. **B.** $(-5;3)$. **C.** $(-5;-3)$. **D.** $(3;5)$.

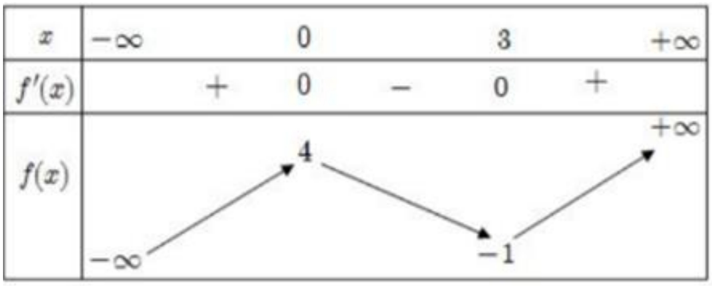
Lời giải

Chọn A

Số phức $z=a+bi$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M(a;b)$.

Suy ra số phức $5-3i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $(5;-3)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **đúng?**

A. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=4$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=0$.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận.

Câu 17: Với các số $a,b>0, a\neq 1$, giá trị của biểu thức $\log_{a^3}\left(a^2b^{18}\right)$ bằng

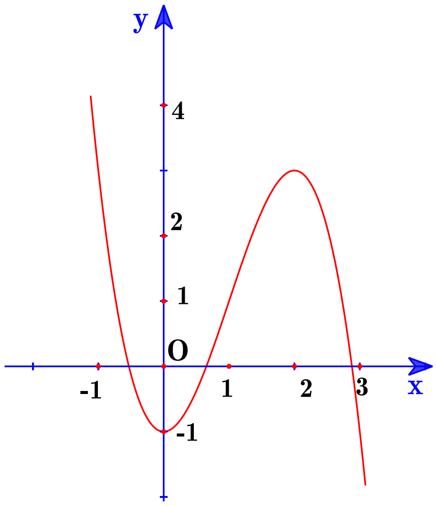
A. $\frac{2}{3}+6\log_a b$. **B.** $3+2\log_a b$. **C.** $\frac{1}{3}+6\log_a b$. **D.** $3+\frac{1}{2}\log_a b$.

Lời giải

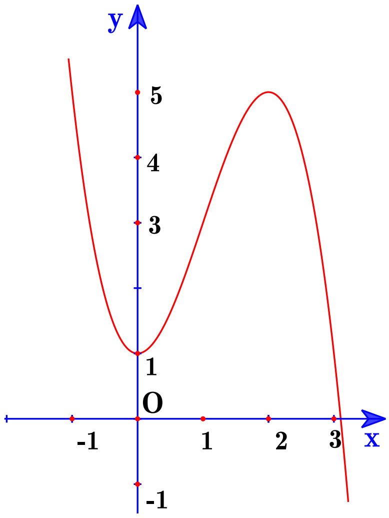
Chọn A

Ta có: $\log_{a^3}\left(a^2b^{18}\right)=\log_{a^3}a^2+\log_{a^3}b^{18}=\frac{2}{3}\log_a a+18.\frac{1}{3}\log_a b=\frac{2}{3}+6\log_a b$.

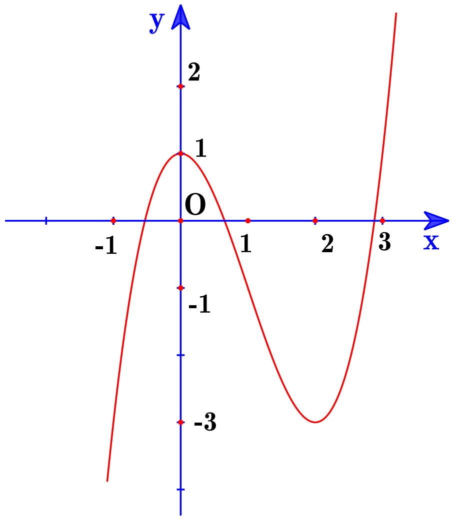
Câu 18: Hàm số $y=-x^3+3x^2-1$ có đồ thị nào trong các đồ thị dưới đây?



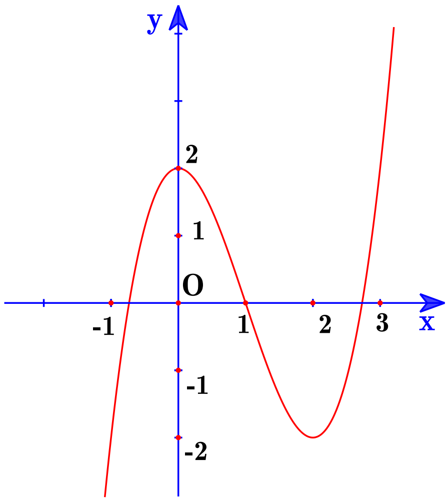
Hình 1



Hình 2



Hình 3



Hình 4

A. Hình 3 **B.** Hình 1 **C.** Hình 2 **D.** Hình 4

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đã cho cắt trục tung tại điểm có tung độ -1.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z+3}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;-1;2)$. **B.** $Q(-1;2;-3)$. **C.** $N(-1;-2;-3)$. **D.** $P(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Thay tọa độ các điểm vào phương trình đường thẳng ta thấy câu C thỏa mãn.

Câu 20: Số cách sắp xếp 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế, mỗi ghế chỉ một học sinh ngồi bằng:

A. 4^{10}. **B.** A_{10}^{4}. **C.** C_{10}^{4}. **D.** 10^{4}.

Lời giải

Chọn B

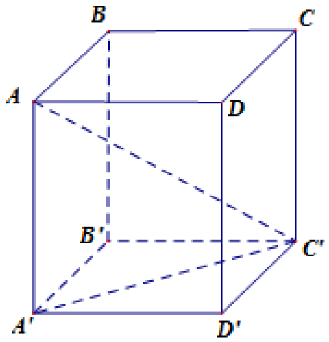
Mỗi cách sắp xếp theo một thứ tự 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế là một chỉnh hợp chập 4 của 10. Vậy số cách sắp xếp 4 học sinh vào một dãy ghế dài gồm 10 ghế là: A_{10}^4.

Câu 21: Tính thể tích V của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, biết $AC' = a\sqrt{3}$.

A. $V = a^3$ **B.** $V = \frac{3\sqrt{6}a^3}{4}$ **C.** $V = 3\sqrt{3}a^3$ **D.** $V = \frac{1}{3}a^3$

Lời giải

Chọn A



Giả sử khối lập phương có cạnh bằng $x; (x > 0)$

Xét tam giác $A'B'C'$ vuông cân tại B' ta có:

$A'C'^2 = A'B'^2 + B'C'^2 = x^2 + x^2 = 2x^2 \Rightarrow A'C' = x\sqrt{2}$

Xét tam giác $A'AC'$ vuông tại A' ta có

$AC'^2 = A'A^2 + A'C'^2 \Leftrightarrow 3a^2 = x^2 + 2x^2 \Leftrightarrow x = a$

Thể tích của khối lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ là $V = a^3$.

Câu 22: Cho hàm số $f(x) = \ln(e^x + \pi m)$ thỏa mãn $f'(\ln 3) = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \in (-1; 0)$. **B.** $m \in (1; 3)$. **C.** $m \in (0; 1)$. **D.** $m \in (-2; -1)$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $e^x + \pi m > 0$.

$$f'(x) = \frac{e^x}{e^x + \pi m};\ f'(\ln 3) = 3 \Leftrightarrow \frac{3}{3 + \pi m} = 3 \Leftrightarrow m = -\frac{2}{\pi} \in (-1; 0).$$

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính đáy bằng 5. Biết rằng khi cắt hình trụ đã cho bởi một mặt phẳng qua trục của hình trụ, thiết diện thu được là một hình chữ nhật có chu vi bằng 32. Tính diện tích xung quanh của hình trụ đã cho.

A. 110π. **B.** 55π. **C.** 60π. **D.** 150π.

Lời giải

Chọn C

Gọi đường sinh của hình trụ là x.

Vì hình trụ có bán kính đáy là 5 và có chu vi bằng 32 nên ta có: $(x+5).2=32 \Leftrightarrow x=6$.

Khi đó diện tích xung: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.5.6=60\pi$ **(đvdt)**

Câu 25: Biết $a\in\mathbb{R}$ và $0<a<1$. Tính tích phân $I=\int_0^1|x-a|\,\mathrm{dx}$.

A. $I=-a^2+a-\frac{1}{2}$. **B.** $I=a^2-a+\frac{1}{2}$. **C.** $I=\frac{1}{2}-a$. **D.** $I=1-a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$I=\int_0^1|x-a|\,\mathrm{dx}=\int_0^a|x-a|\,\mathrm{dx}+\int_a^1|x-a|\,\mathrm{dx}=\int_0^a(a-x)\,\mathrm{dx}+\int_a^1(x-a)\,\mathrm{dx}=\left(ax-\frac{x^2}{2}\right)\Bigg|_0^a+\left(\frac{x^2}{2}-ax\right)\Bigg|_a^1$$

$$=a^2-\frac{a^2}{2}+\frac{1}{2}-a-\frac{a^2}{2}+a^2=a^2-a+\frac{1}{2}.$$

Câu 26: Cho 3 số a, b, c theo thứ tự đó tạo thành cấp số nhân với công bội khác 1. Biết cũng theo thứ tự đó chúng lần lượt là số hạng thứ nhất, thứ tư và thứ tám của một cấp số cộng với công sai là $s\neq 0$. Tính $\frac{a}{s}$.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** 3. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Theo đề bài ta có hệ phương trình $\begin{cases} b^2=ac \\ b=a+3s \\ c=a+7s \end{cases} \Rightarrow (a+3s)^2=a(a+7s) \Leftrightarrow 9s^2-as=0$.

Do $s\neq 0$ nên $a=9s \Rightarrow \frac{a}{s}=9$.

Câu 27: Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)=\mathrm{e}^{3x}$ thỏa mãn $F(0)=1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{2}{3}$. **B.** $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}$.

C. $F(x)=\frac{1}{3}e^{3x}+1$. **D.** $F(x)=-\frac{1}{3}e^{3x}+\frac{4}{3}$.

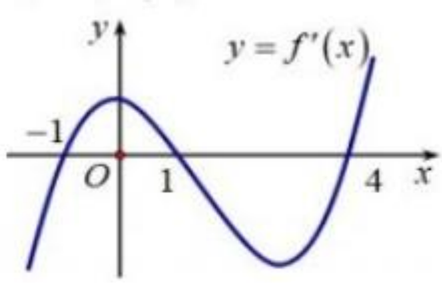
Lời giải

Chọn A

Ta có $F(x)=\int e^{3x}dx=\frac{1}{3}e^{3x}+C$.

Lại có $F(0)=1\Leftrightarrow\frac{1}{3}+C=1\Leftrightarrow C=\frac{2}{3}$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=a(x+1)(x-1)(x-4), a>0$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=4\end{array}\right.\text{ là các nghiệm đơn}$$

Mặt khác dựa vào đồ thị, $f'(x)$ đổi dấu qua các nghiệm $\{-1;1;4\}$ nên hàm số đã cho có 3 cực trị

Câu 29: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4+\frac{2}{x^2}$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị $m+2M$ bằng

A. 36. **B.** 34. **C.** 35. **D.** 33.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)=x^4+\frac{2}{x^2}$ liên tục trên đoạn $[1;2]$. Ta có

$$f'(x)=4x^3-\frac{4}{x^3};\ f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-\frac{4}{x^3}=0\Leftrightarrow x^6-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[1;2]\\x=-1\notin[1;2]\end{array}\right..$$

$f(1)=3;\ f(2)=\dfrac{33}{2}$.

Suy ra $M=\max\limits_{[1;2]} f(x)=\dfrac{33}{2}$, $m=\min\limits_{[1;2]} f(x)=3$.

Vậy $m+2M=36$.

Câu 30: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+2x$. **C.** $y=-x^3+x^2-x$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=-3x^2+2x-1<0, \forall x\in\mathbb{R}$

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31: Cho các số thực dương $x\neq 1$, $y\neq 1$ thỏa mãn $\log_2 x=log_y 16$ và tích $xy=64$. Giá trị của biểu thức $\left(\log_2\dfrac{y}{x}\right)^2$

A. $\dfrac{25}{2}$. **B.** 25. **C.** 20. **D.** $\dfrac{45}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=\log_2 x\Rightarrow x=2^t$ và $t=\log_y 16\Rightarrow y=16^{\frac{1}{t}}=2^{\frac{4}{t}}$

$\rightarrow \dfrac{y}{x}=2^{\frac{4}{t}-t}$

$x.y=64\Rightarrow 2^t.2^{\frac{4}{t}}=2^6\Rightarrow t+\dfrac{4}{t}=6\Leftrightarrow t^2-6t+4=0$

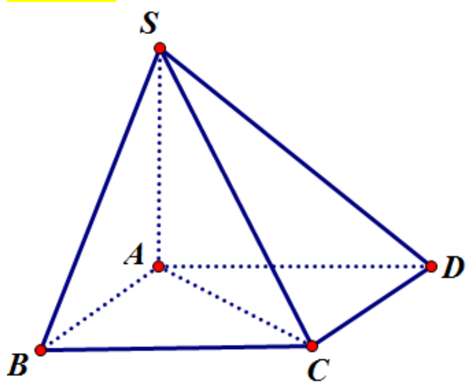
$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=3+\sqrt{5}\\ t=3-\sqrt{5}\end{array}\right.\rightarrow\left(\log_2 2^{\frac{4}{t}-t}\right)^2=20$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AB=a\sqrt{2}$, $AD=2a$, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa hai đường thẳng SC và AB bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Lời giải

Chọn B



◆ Góc giữa đường thẳng SC và AB bằng góc giữa hai đường thẳng SC và CD.

Mà $CD \perp SA, CD \perp AD$ nên $CD \perp SD$ hay tam giác SCD vuông tại D.

$$cosSCD = \frac{CD}{SC} = \frac{AB}{\sqrt{SA^2 + AC^2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{2a^2 + 2a^2 + 4a^2}} = \frac{1}{2}.$$

Suy ra góc $SCD = 60^0$

Nên óc giữa đường thẳng SC và AB bằng 60^0.

Câu 33: Cho $\int_1^e (1 + x\ln x)\,dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a + b = c$. **B.** $a + b = -c$. **C.** $a - b = c$. **D.** $a - b = -c$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^e (1 + x\ln x)\,dx = \int_1^e 1.dx + \int_1^e x\ln x\,dx = e - 1 + \int_1^e x\ln x\,dx$.

Đặt $\begin{cases} u = \ln x \Rightarrow du = \dfrac{1}{x}dx \\ dv = x.dx \Rightarrow v = \dfrac{x^2}{2} \end{cases}$

Khi đó $\int_1^e x\ln x\,dx = \frac{x^2}{2}\ln x\Big|_1^e - \frac{1}{2}\int_1^e x\,dx = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{4}x^2\Big|_1^e = \frac{e^2}{2} - \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4}$.

Suy ra $\int_1^e (1 + x\ln x)\,dx = e - 1 + \frac{e^2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{e^2}{4} + e - \frac{3}{4}$ nên $a = \frac{1}{4}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{4}$.

Vậy $a - b = c$.

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, B(0;-1;0), C(0;0;-3). Viết phương trình mặt phẳng (ABC).

A. $-3x + 6y - 2z + 6 = 0$. **B.** $-3x - 6y + 2z + 6 = 0$.

C. $-3x + 6y + 2z + 6 = 0$. **D.** $-3x - 6y + 2z - 6 = 0$.

Lời giải

Chọn C

Mặt phẳng (ABC) đi qua ba điểm $A(2;0;0), B(0;-1;0), C(0;0;-3)$ suy ra mặt phẳng (ABC) có phương trình đoạn chắn là : $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{-3} = 1 \Leftrightarrow -3x + 6y + 2z + 6 = 0$

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i) = 3 - 5i$. Tính môđun của z.

A. $|z| = 4$. **B.** $|z| = \sqrt{17}$. **C.** $|z| = 16$. **D.** $|z| = 17$.

Lời giải

Chọn B

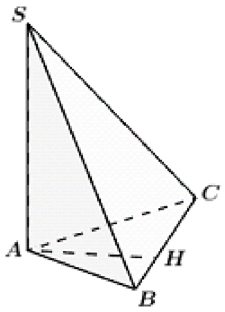
Ta có: $z(1+i) = 3 - 5i \Leftrightarrow z = \frac{3 - 5i}{1 + i} = -1 - 4i \Rightarrow |z| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA, AB, AC đôi một vuông góc với nhau, $AB = a, AC = a\sqrt{2}$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng SA và BC.

A. $d = a$. **B.** $d = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $d = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $d = a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



.

Trong tam giác ABC kẻ $AH \perp BC, H \in BC$.

Dễ dàng chứng minh được $AH \perp SA$.

Vậy $d_{(SA,BC)} = AH = \sqrt{\dfrac{AB^2.AC^2}{AB^2 + AC^2}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 37: Hai người ngang tài ngang sức tranh chức vô địch của một cuộc thi cờ tướng. Người giành chiến thắng là người đầu tiên thắng được năm ván cờ. Tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai mới thắng 2 ván, tính xác suất để người chơi thứ nhất giành chiến thắng.

A. $\dfrac{3}{4}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{7}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Theo giả thiết hai người ngang tài ngang sức nên xác suất thắng thua trong một ván đấu là $0,5; 0,5$.

Xét tại thời điểm người chơi thứ nhất đã thắng 4 ván và người chơi thứ hai thắng 2 ván.

Để người thứ nhất chiến thắng thì người thứ nhất cần thắng 1 ván và người thứ hai thắng không quá hai ván.

Có ba khả năng:

TH1: Đánh 1 ván. Người thứ nhất thắng xác suất là $0,5$.

TH2: Đánh 2 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ hai xác suất là $(0,5)^2$.

TH3: Đánh 3 ván. Người thứ nhất thắng ở ván thứ ba xác suất là $(0,5)^3$.

Vậy $P = 0,5 + (0,5)^2 + (0,5)^3 = \dfrac{7}{8}$..

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z+1}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d có phương trình là

A. $\Delta:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.
B. $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{1}$.
D. $\Delta:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=-1+2t\end{cases}$ và d có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;1;2)$. Gọi B là giao điểm của Δ và d khi đó tọa độ của $B(1+t;t;-1+2t)$.

$\overrightarrow{AB}=(t;t;-3+2t)$

Vì $\Delta\perp d$ nên $\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}$ suy ra $\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0$ hay $t+t+2(-3+2t)=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow B(2;1;1)$.

Vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$. Đường thẳng Δ đi qua $B(2;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{AB}=(1;1;-1)$ nên có phương trình đường thẳng Δ là $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 39: Đặt $S=(a;b)$ là tập nghiệm của bất phương trình $3\log_2(x+3)-3\le\log_2(x+7)^3-\log_2(2-x)^3$. Tổng của tất cả các giá trị nguyên thuộc S bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $-3<x<2$.

$3\log_2(x+3)-3\le\log_2(x+7)^3-\log_2(2-x)^3$

$\Leftrightarrow 3\log_2(x+3)-3\le 3\log_2(x+7)-3\log_2(2-x)$

$\Leftrightarrow \log_2(x+3)+\log_2(2-x)\le\log_2(x+7)+1$.

$\Leftrightarrow \log_2\left[(x+3)(2-x)\right]\le\log_2 2(x+7)$.

$\Leftrightarrow -x^2-x+6\le 2x+14\Leftrightarrow x^2+3x+8\ge 0\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$.

Suy ra $S=(-3;2)$.

Tập S chứa các giá trị nguyên là $-2;-1;0;1$.

Tổng các giá trị nguyên thuộc S bằng -2.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\parallel$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)+m|=2$ có đúng hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thõa mãn: $x_1<0<1<x_2$.

A. $-2\le m\le 1$. **B.** $-3<m<-2$. **C.** $-1<m<2$. **D.** $-1\le m\le 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $|f(x)+m|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)+m=2 \\ f(x)+m=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2-m \\ f(x)=-2-m \end{array}\right.$.

Nhận thấy đường thẳng $y=2-m$; $y=-2-m$ luôn cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ít nhất một điểm.

Phương trình $|f(x)+m|=2$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thõa mãn: $x_1<0<1<x_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m>0 \\ -2-m<-1 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 41: Giả sử hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $f(1)=e,\ f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1}$, với mọi $x>0$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $10<f(5)<11$. **B.** $4<f(5)<5$. **C.** $11<f(5)<12$. **D.** $3<f(5)<4$.

Lời giải

Chọn A

Xét $x\in(0;+\infty)$ và $f(x)>0$ ta có: $f(x)=f'(x).\sqrt{3x+1} \Leftrightarrow \dfrac{f'(x)}{f(x)}=\dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}$

$\Rightarrow \int \dfrac{f'(x)}{f(x)}dx=\int \dfrac{1}{\sqrt{3x+1}}dx=\int \dfrac{1}{f(x)}d\left(f(x)\right)=\dfrac{2}{3}\int \dfrac{1}{2\sqrt{3x+1}}d(3x+1)$

$\Rightarrow \ln\left(f(x)\right)=\dfrac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C \Rightarrow f(x)=e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}+C}$

Theo bài ra ta có: $f(1)=e$ nên $e^{\frac{4}{3}+C}=e \Rightarrow C=-\dfrac{1}{3} \Rightarrow f(x)=e^{\frac{2}{3}\sqrt{3x+1}-\frac{1}{3}}$

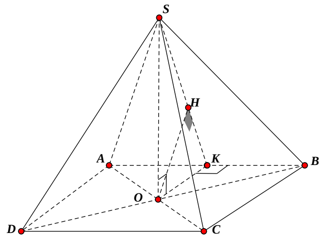
Do đó $f(5)\approx 10,3123 \Rightarrow 10<f(5)<11$.

Câu 42: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CD bằng $3a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng:

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $6a^3\sqrt{3}$. **C.** $12a^3$. **D.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi $O = AC \cap BD.$

Ta có $\begin{cases} CD \,//\, AB \\ AB \subset \;\; SAB \end{cases} \Rightarrow d\;\; CD, SA\;\; = d\;\; CD,\;SAB\;\; = d\;\; D,\;SAB\;\; = 2d\;\; O,\;SAB\;\;.$

Kẻ $\begin{cases} OK \perp AB \\ OH \perp SK \end{cases} \Rightarrow OH \perp \;\; SAB \;\; \Rightarrow OH = d\;\; O,\;SAB\;\; = \dfrac{3a}{2}.$

Xét $\Delta\; SOK : \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OK^2} \Leftrightarrow SO = 3a.$

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD : V = \dfrac{1}{3} S_{ABCD}.SO = 12a^3.$

Câu 43: Số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ là nghiệm của phương trình $\dfrac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \dfrac{1}{\overline{z}}} = i$. Tổng $T = a^2 + b^2$ bằng

A. 4. **B.** $4 - 2\sqrt{3}$. **C.** $3 + 2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Cách 1: Điều kiện: $|z| \neq 1, z \neq 0$

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\overline{z}}} = i \Rightarrow \frac{(|z|-1)(1+iz)\overline{z}}{|z|^2 - 1} = i \Rightarrow \frac{(1+iz)\overline{z}}{|z|+1} = i \Rightarrow \overline{z} + |z|^2 i = (|z|+1)i$$

$$\Rightarrow a - bi + (a^2+b^2)i = \left(\sqrt{a^2+b^2}+1\right)i \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ -b + a^2 + b^2 = \sqrt{a^2+b^2} + 1 \end{cases} \Rightarrow b^2 - b = |b| + 1 (*)$$

Với $b < 0 \overset{(*)}{\Rightarrow} b^2 = 1 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow z = i$.

Với $b \geq 0 \overset{(*)}{\Rightarrow} b^2 - 2b - 1 = 0 \Rightarrow b = 1 + \sqrt{2} \Rightarrow z = \left(1 + \sqrt{2}\right)i$.

Vậy $T = a^2 + b^2 = 0^2 + \left(1+\sqrt{2}\right)^2 = 3 + 2\sqrt{2}$.

Cách 2:

Điều kiện: $|z| \neq 1, z \neq 0$

$$\frac{(|z|-1)(1+iz)}{z - \frac{1}{\overline{z}}} = i \Rightarrow \frac{(|z|-1)(1+iz)\overline{z}}{|z|^2 - 1} = i \Rightarrow \frac{(1+iz)\overline{z}}{|z|+1} = i \Rightarrow \overline{z} + |z|^2 i = (|z|+1)i$$

$$\Rightarrow \overline{z} = \left(-|z|^2 + |z| + 1\right)i.$$

Lấy môđun hai vế ta được:

$$\left|\overline{z}\right|^2 = \left(-|z|^2 + |z| + 1\right)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left|\overline{z}\right| = -|z|^2 + |z| + 1 \\ -\left|\overline{z}\right| = -|z|^2 + |z| + 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow |z| = 1 + \sqrt{2}.$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 = |z|^2 = 3 + 2\sqrt{2}..$$

Câu 44: Cho các số phức z, z_1, z_2 thay đổi thỏa mãn các điều kiện sau: $|iz + 2i + 4| = 3$, phần thực của z_1 bằng 2, phần ảo của z_2 bằng 1. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2$

A. 9. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z = x + yi, x, y \in \mathbb{R}$, ta có $M(z) = M(x; y)$

Khi đó: $|iz + 2i + 4| = 3 \Leftrightarrow |i(x + yi) + 2i + 4| = 3 \Leftrightarrow |(-y + 4) + (x + 2)i| = 3$

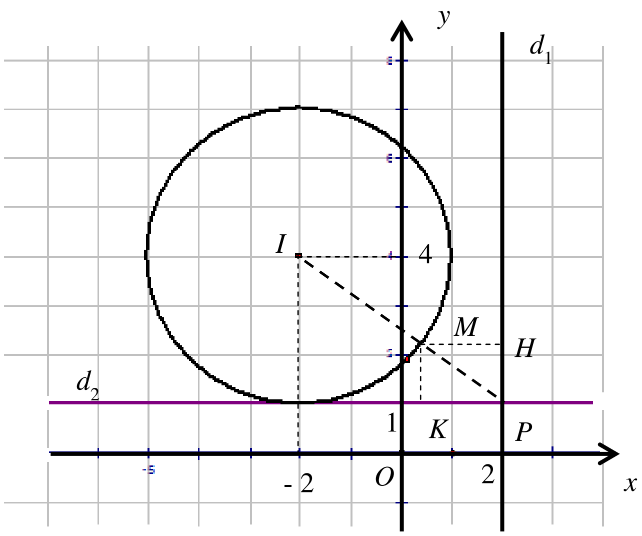
$\Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y - 4)^2 = 9$

Suy ra tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm $I(-2; 4)$, bán kính $R = 3$.

Mặt khác: $z_1 = 2 + bi \Rightarrow A(z_1) = A(2; b) \Rightarrow$ Tập hợp điểm A là đường thẳng $d_1: x = 2$.

$z_2 = a + i \Rightarrow B(z_2) = B(a; 1) \Rightarrow$ Tập hợp điểm B là đường thẳng $d_2: y = 1$.

Giao điểm của d_1 và d_2 là $P(2; 1)$.



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của M trên d_1 và d_2.

Ta có: $T = |z - z_1|^2 + |z - z_2|^2 = MA^2 + MB^2 \geq MH^2 + MK^2 = MP^2$.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi $A \equiv H, B \equiv K$ và I, M, P thẳng hàng.

Phương trình đường thẳng $IP: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - 3t \end{cases} \Rightarrow M(2 + 4t; 1 - 3t)$.

Mà $M \in C$ nên ta có $4+4t\ ^2+\ -3-3t\ ^2=9 \Leftrightarrow 1+t\ ^2=\frac{9}{25} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-\frac{2}{5} \\ t=-\frac{8}{5} \end{array}\right.$

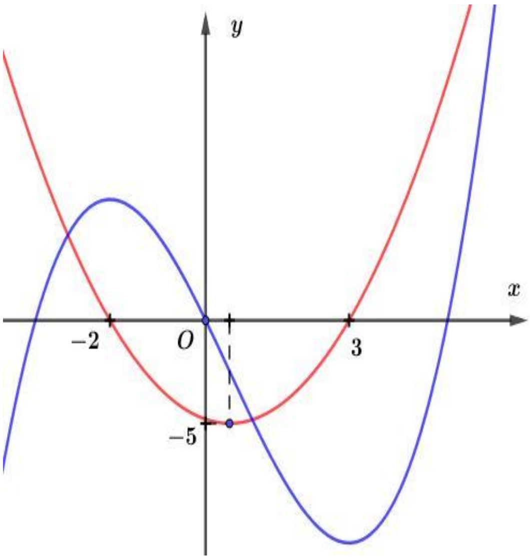
- Với $t=-\frac{8}{5} \Rightarrow M\left(-\frac{22}{5};\frac{29}{5}\right)$

- Với $t=-\frac{2}{5} \Rightarrow M\left(\frac{2}{5};\frac{11}{5}\right) \Rightarrow z=\frac{2}{5}+\frac{11}{5}i \Rightarrow z_1=2+\frac{11}{5}i, z_2=\frac{2}{5}+i.$

Suy ra $MP_{\min}=IP-IM=IP-R=\sqrt{4^2+\ -3\ ^2}-3=2$.

Vậy $T_{\min}=2^2=4$ khi $z=\frac{2}{5}+\frac{11}{5}i,\ z_1=2+\frac{11}{5}i,\ z_2=\frac{2}{5}+i.$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị hàm số $f(x)$ và $f'(x)$ như hình vẽ. Diện tích tạo bởi $f(x)$ và $f'(x)$ gần nhất giá trị nào sau đây?



A. 50. **B.** 43. **C.** 23. **D.** 65.

Lời giải

Chọn D

Phân tích: Bài toán đơn thuần là dùng kĩ thuật phân tích, biến đổi là nhiều. Dựa vào các dữ liệu của bài để suy ra được hàm từ đó tính được diện tích hình phẳng bằng tích phân.

Ta có $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c \Rightarrow f''(x)=6ax+2b$. Suy ra:

$f(x)-f'(x)=ax^3+(b-3a)x^2+(c-2b)x+d-c$.

Ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$ nên $d=0$

Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy hàm số đạt cực trị tại $x=-2$ và $x=3$ nên $f'(x)$ có 2 nghiệm là $x=-2$ và $x=3$.

Suy ra $\begin{cases} f'(-2)=0 \\ f'(3)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 12a-4b+c=0 \\ 27a+6b+c=0 \end{cases}$ (1)

Ta có hàm số $y=f'(x)$ có giá trị cực trị là -5, gọi x_0 là hoành độ của điểm cực trị thì

$f''(x_0)=0\Leftrightarrow 6ax_0+2b=0\Leftrightarrow x_0=\dfrac{-b}{3a}$ và $3a.x_0^2+2bx_0+c=-5$

$\Rightarrow 3a\dfrac{b^2}{9a^2}+2b\dfrac{-b}{3a}+c=-5\Leftrightarrow -\dfrac{b^2}{3a}+c=-5\ \ (2)$

Từ (1) suy ra $a=-\dfrac{2}{3}b$ và $c=4b-12a=4b-12.\left(-\dfrac{2}{3}b\right)=12b$, thay vào (2) ta được $-\dfrac{b^2}{3\left(-\dfrac{2}{3}b\right)}+12b=-5\Leftrightarrow \dfrac{-b^2}{-2b}+12b=-5\Rightarrow b=-\dfrac{2}{5}\Rightarrow a=\dfrac{4}{15}\Rightarrow c=-\dfrac{24}{5}$.

Khi đó phương trình hoành độ giao điểm

$f(x)-f'(x)=\dfrac{4}{15}x^3-\dfrac{6}{5}x^2-4x+\dfrac{24}{5}=0$ có 3 nghiệm là $x_1<x_2<x_3$. Vậy diện tích cần tính là $\int_{x_1}^{x_3}\left|\dfrac{4}{15}x^3-\dfrac{6}{5}x^2-4x+\dfrac{24}{5}\right|dx\approx 65,4$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;3)$, $A(2;4;4)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y-2z+1=0$, $(Q): x-2y-z+4=0$. Đường thẳng Δ qua điểm M, cắt hai mặt phẳng (P), (Q) lần lượt tại B và $C(a;b;c)$ sao cho tam giác ABC cân tại A và nhận AM làm đường trung tuyến. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=5$. **B.** $T=9$. **C.** $T=3$. **D.** $T=7$.

Lời giải

Chọn D

Gọi mặt phẳng đi qua M nhận $\overrightarrow{AM}(1;2;1)$ làm vectơ pháp tuyến nên:

$(R): 1(x-1)+2(y-2)+1(z-3)=0\Leftrightarrow x+2y+z-8=0$.

Gọi d là giao tuyến của mặt phẳng (R) và (P).

Vectơ pháp tuyến của mp (P) là: $\vec{n}(1;1;-2)$

Ta có $\vec{u}=\left[\overrightarrow{AM},\vec{n}\right]=(-5;3;-1)$

Gọi M là điểm thuộc giao tuyến của (R) và (P) nên tọa độ M là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}x+2y+z-8=0\\x+y-2z+1=0\\x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=3\\z=2\end{cases}\text{nên } M(0;3;2)$$

Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=0-5t\\y=3+3t\\z=2-t\end{cases}$

Ta có $B\in d$ nên $B(-5t;3+3t;2-t)$

Mặt khác M là trung điểm của đoạn BC nên $\begin{cases}x_C=2.1+5t\\y_C=2.2-3-3t\\z_C=2.3-2+t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x_C=2+5t\\y_C=1-3t\\z_C=4+t\end{cases}$

Mặt khác $C \in (Q)$ nên $2+5t-2(1-3t)-(4+t)+4=0 \Leftrightarrow 10t=0 \Leftrightarrow t=0$.

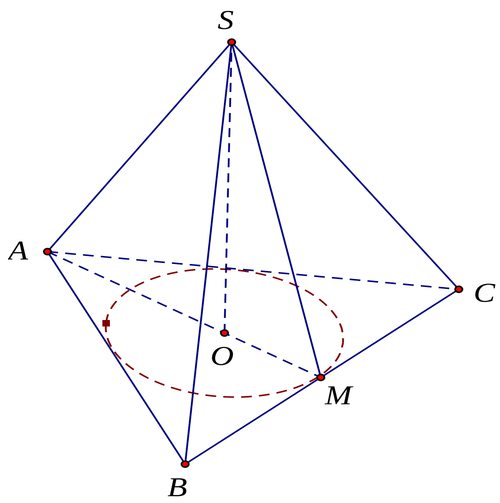
Nên $C(2;1;4)$ nên $\mathrm{T}=\mathrm{a}+\mathrm{b}+\mathrm{c}=7$.

Câu 47: Cho hình chóp tam giác đều $S.ABC$. Hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn nội tiếp tam giác ABC gọi là hình nón nội tiếp hình chóp $S.ABC$, hình nón có đỉnh S và có đường tròn đáy là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC gọi là hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$. Tỉ số thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp đã cho là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm của BC.

Gọi O là trọng tâm của tam giác ABC.

Ta có: $SO \perp (ABC)$ tại O.

Suy ra, O là tâm đường tròn nội tiếp và cũng là tâm của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Gọi a là độ dài cạnh của tam giác ABC.

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của hình nón nội tiếp và hình nón ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

Do $OM=\frac{1}{2}OA$ nên ta có: $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{1}{3}.\pi.OM^2.SO}{\frac{1}{3}.\pi.OA^2.SO}=\frac{OM^2}{OA^2}=\left(\frac{OM}{OA}\right)^2=\left(\frac{1}{2}\right)^2=\frac{1}{4}$.

Câu 48: Xét các số thực dương a, b, x, y thỏa mãn $a>1$, $b>1$ và $a^x=b^y=\sqrt[4]{ab}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x+4y$ là $P_{\min}=\frac{m}{n}$ với $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $n \in \mathbb{N}$, khi đó giá trị của biểu thức $T=m^2+n$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 79. **B.** 25. **C.** 34. **D.** 85.

Lời giải

Chọn D

Theo bài ra ta có: $a^x = b^y = \sqrt[4]{ab} \Leftrightarrow \begin{cases} a^x = a^{\frac{1}{4}}.b^{\frac{1}{4}} \\ b^y = a^{\frac{1}{4}}.b^{\frac{1}{4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^{x-\frac{1}{4}} = b^{\frac{1}{4}} \\ b^{y-\frac{1}{4}} = a^{\frac{1}{4}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}\log_a b \\ y - \frac{1}{4} = \frac{1}{4}.\log_b a \end{cases}$.

Do đó: $P = x + 4y = \frac{1}{4} + \frac{1}{4}\log_a b + 1 + \log_b a = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}\log_a b + \log_b a$.

Đặt $t = \log_a b$. Vì a, $b > 1$ nên $\log_a b > \log_a 1 = 0$. Suy ra: $t = \log_a b > 0$.

Khi đó $P = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}t + \frac{1}{t} \geq \frac{5}{4} + 2\sqrt{\frac{1}{4}t.\frac{1}{t}} = \frac{5}{4} + 1 = \frac{9}{4}$.

Vậy P đạt giá trị nhỏ nhất là $\frac{9}{4}$ khi $\frac{1}{4}t + \frac{1}{t} \Leftrightarrow t = 2$ hay $\log_a b = 2 \Leftrightarrow b = a^2$.

Suy ra: $a^x = a^{2y} = \sqrt[4]{a^3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{3}{8} \end{cases}$.

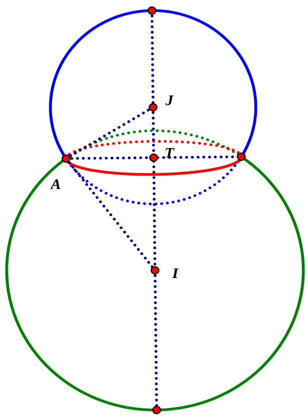
Khi đó: $m = 9$, $n = 4 \Rightarrow T = 85$.

Câu 49: Cho hai mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 4z - 11 = 0$, $(S_2): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C). Lấy điểm A thuộc đường tròn (C). Gọi I, J lần lượt là tâm của mặt cầu $(S_1), (S_2)$, S là diện tích tam giác AIJ thì S có giá trị là

A. $S = \frac{1}{2}\sqrt{219}$. **B.** $S = \frac{5\sqrt{26}}{2}$. **C.** $S = \frac{15}{2}$. **D.** $S = \frac{1}{2}\sqrt{209}$.

Lời giải

Chọn D



Cách 1.

Mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 - 2x - 6y - 4z - 11 = 0$ có tâm $I(1;3;2)$, bán kính $R_1 = 5$.

Mặt cầu $(S_2): x^2 + y^2 - 2x + 4y - 2z - 3 = 0$ có tâm $J(1;-2;1)$, bán kính $R_2 = 3$.

Có $IJ = \sqrt{26}$, nửa chu vi của tam giác AIJ là $p = \frac{R_1 + R_2 + IJ}{2} = \frac{8 + \sqrt{26}}{2}$.

Diện tích tam giác AIJ là:

$$S = \sqrt{p(p - R_1)(p - R_2)(p - IJ)} = \frac{1}{2}\sqrt{209}.$$

Cách 2.

Mặt cầu $(S_1): x^2+y^2-2x-6y-4z-11=0$ có tâm $I(1;3;2)$, bán kính $R_1=5$.

Mặt cầu $(S_2): x^2+y^2-2x+4y-2z-3=0$ có tâm $J(1;-2;1)$, bán kính $R_2=3$.

Có $IJ=\sqrt{26}$, $R_1-R_2<IJ<R_1+R_2$. Suy ra hai mặt cầu $(S_1),(S_2)$ cắt nhau theo giao tuyến là đường tròn (C)

Gọi $M(x;y;z)$ là điểm chung của $(S_1),(S_2)$ thì tọa độ M nghiệm đúng hệ:

$$\begin{cases} x^2+y^2-2x-6y-4z-11=0 \\ x^2+y^2-2x+4y-2z-3=0 \end{cases} \Rightarrow 5y+z+4=0$$

Suy ra M thuộc mặt phẳng (P) $5y+z+4=0$

Giao tuyến của $mp(P)$ và (S_1) là đường tròn (C) chứa điểm A.

Gọi T là giao điểm của IJ và $mp(P)$ thì T là tâm của đường tròn (C).

Có $d(J,(P))=\dfrac{|5.(-2)+1+4|}{\sqrt{26}}=\dfrac{5}{\sqrt{26}}$.

Gọi r là bán kính của (C) thì $r=TA=\sqrt{R_2^2-d^2(J,(P))}=\sqrt{\dfrac{209}{26}}$.

$S=S_{AIJ}=\dfrac{1}{2}TA.IJ=\dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{209}{26}}.\sqrt{26}=\dfrac{1}{2}\sqrt{209}$. Vậy $S=\dfrac{1}{2}\sqrt{209}$ (đvdt)

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$ với mọi $x\in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn B

Do tính chất đối xứng qua trục Oy của đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)$ nên hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương.

Ta có:

$$f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x+1=0 \\ x^2+2mx+5=0 \end{array}\right.$$

Hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị dương khi phương trình $x^2+2mx+5=0$ có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m^2-5>0 \\ S=-2m>0 \\ P=5>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\in(-\infty;-\sqrt{5})\cup(\sqrt{5};+\infty) \\ m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m\in(-\infty;-\sqrt{5}).$$

Giá trị nguyên của tham số $m>-10$ để hàm số $g(x)=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là:

$m \in \{-9; -8; -7; -6; -5; -4; -3\}$.

Số giá trị nguyên của tham số $m > -10$ để hàm số $g(x) = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị là 7.